*Технологии сейсморазведки*, № 1, 2014, с. 8–17 **http://ts.sbras.ru**

УДК 550.834

**В.Н. Троян**

Статья посвящена столетию со дня рождения Георгия Ивановича Петрашеня, основателя лаборатории динамики упругих сред Ленинградского государственного университета, и представляет собой адаптированную первую главу монографии [Петрашень, Нахамкин, 1973] с одноименным названием. Выбор этой статьи определяется широким интересом геофизиков в последние 30 лет к проблеме миграции или продолжения волновых полей. В интересующей нас монографии впервые в мировой литературе дана четкая математическая постановка задачи продолжения волновых полей, заложены основы многих методов миграции, получивших широкое распространение на практике. Эта работа показывает приоритет советской (российской) науки в теоретической сейсмике. Достаточно сравнить данную монографию с хорошо известной и широко цитируемой монографией Claerbout [1976]. Так как первая была издана в 1973 г. и стала библиографической редкостью, представляется целесообразным привлечь внимание прежде всего молодых геофизиков к этой работе, которая написана прекрасным языком, все математические выкладки сопровождаются описанием физического смысла и возможностью практических приложений.

**V.N. Troyan**

This article is devoted to the 100–year anniversary of Georgy Pertashen', a founder of Laboratory of Dynamics of Elastic Media at Leningrad State University and presents an adapted version of the first chapter of [Петрашень, Нахамкин, 1973]. This topic has been selected due to the wide interest of geophysicists in the migration problem and continuation of wave fields that has kept growing in the last 30 years. In [Петрашень, Нахамкин, 1973] the authors for the first time gave the clear mathematical problem statement of wave field continuation and laid the grounds of many migration methods that are widely applied today. The publication has been one of the engines that boosted the advance of Soviet (Russian) Theoretical Geophysics, if compared with the well-known and highly cited monograph by Claerbout [1976]. The one by G.I. Petrashen', S.A. Nakhamkin had been published in 1973 and has now been a rarity, so it's essential to attract attention of the young generation of geophysics to it. For the book is not only written in very good language, but also contains detailed explanations of the physics and possible applications for all the calculations given.

# ПРОДОЛЖЕНИЕ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В ЗАДАЧАХ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ

**Г.И. Петрашень, С.А. Нахамкин**

## ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемое исследование посвящено вопросам продолжения волновых полей, зарегистрированных в точках дневной поверхности некоторой среды, и применению продолженных полей к решению интерпретационных задач сейсморазведки. Интерес к проблеме продолжения волновых полей, наблюдающийся в сейсморазведке в последние годы [Завьялов, 1969; Васильев, Урупов, 1972; Silverman, 1970; Behrens et al., 1972; Fitzpatrick, 1972; Hoover, 1972], был стимулирован успехами оптической голографии в различных областях физики и техники. Однако эту проблему нельзя считать совершенно новой для сейсморазведки, так как все применяющиеся кинематические методы интерпретации сейсмического материала фактически основаны на реализации идеи "обращенного" продолжения поля сейсмограмм. Правда, при этом продолжается не все поле, а лишь та его часть, которая соответствует кинематическим законам распространения волн, и процесс продолжения осуществляется далеко не наилучшим образом.

Изложение всевозможных аспектов проблемы продолжения сейсмических волновых полей не требует апелляции к голографии, в которой решаются задачи продолжения полей в весьма частной и специфической постановке. Что же касается вопросов применения продолженных полей к решению интерпретационных задач сейсморазведки, то к ним голография как таковая, призванная решать свои собственные проблемы, не имеет никакого отношения. Поэтому внутренняя логика предмета предлагаемых исследований заставила нас, избегая непосредственного обращения к голографии, сосредоточить свое внимание на постановке, решении и исследовании некоторых математических задач, составляющих основу любых методов продолжения волновых полей, в том числе и голографических. В вопросах же, касающихся возможностей и способов использования продолжений волновых полей в задачах интерпретации данных сейсмического эксперимента, мы считали совершенно неоправданным выходить за рамки идей, обсуждавшихся в сейсморазведке и составляющих ее фундамент, так как представлялось крайне маловероятным, что могут быть предложены новые эффективные подходы к решению интерпретационных задач, теоретические принципы которых полностью бы выпали из поля зрения богатейшего опыта сейсмической практики. Поэтому нам казалось, что в обсуждаемой проблеме речь может идти только о воплощении известных, уже опробованных принципов теории распространения сейсмических волн в новую форму алгоритмов, более полно учитывающих как реальные условия проведения современных сейсморазведочных работ, так и современные технические возможности машинной обработки экспериментальных материалов.

Конечная цель работы – изложение идейных основ возможного подхода к решению структурных задач сейсморазведки в сложных сейсмогеологических условиях и обсуждение некоторых вопросов, связанных с его практической реализацией, а также с опытом применения к конкретным задачам. Затронутые в работе проблемы весьма обширны и еще далеки от полного их разрешения. Однако уже полученные результаты указывают на несомненную перспективность предлагаемого подхода в сейсморазведке, вследствие чего было бы крайне желательно ускорить его дальнейшую разработку и опробование на практике. Чтобы способствовать этому, мы старались излагать материал по возможности в общедоступной форме, предполагая в качестве читателя рядового сейсморазведчика, хорошо владеющего методами интерпретации сейсмических наблюдений, но знакомство которого с математикой состоялось примерно лишь в объеме обычной вузовской программы. По этой причине мы подробно формулируем и обстоятельно разъясняем все необходимые нам математические понятия, результаты и методы, а также подробно останавливаемся на обсуждении основных методических вопросов, связанных с идеей продолжения волновых полей. Цель таких обсуждений – внести ясность в проблему продолжения полей с информативной для сейсморазведки точки зрения, поставить задачи на выяснение важнейших их свойств и очертить сферу возможных приложений продолжаемых полей на практике. Отсутствие ясности в этих вопросах препятствует получению результатов, представляющих практическую ценность, даже тогда, когда для целей интерпретации предлагаются алгоритмы, фактически осуществляющие обращенное продолжение некоторого поля в среды частного вида [Тимошин, 1972]. Идейно-методические вопросы проблемы продолжения волновых полей обсуждаются на примере краевых задач для одного волнового уравнения, допускающих формулировку, родственную формулировке теоретических задач на распространение сейсмических волн, описываемых, как известно, не одним волновым уравнением, а формализмом теории упругости. Обсуждение идейных аспектов проблемы продолжения волновых полей, зарегистрированных в точках некоторой поверхности, определение прямого и обращенного продолжений, равно как и вывод формул, осуществляющих продолжения полей в произвольные неоднородные среды, даны с достаточной полнотой и обстоятельностью. Что касается законченной системы интерпретации данных сейсморазведочных наблюдений, создание которой в сейсморазведке всегда причислялось к труднейшим ее задачам, то мы считали совершенно неоправданным уже в первом исследовании претендовать на такой результат. Наша цель здесь сводилась лишь к попытке привести на основе теоретического изучения свойств продолжений полей достаточно убедительные доказательства того, что такая система интерпретации может быть разработана и что она обещает быть эффективной, весьма гибкой в отношении учета тех или иных априорных представлений о структуре изучаемой среды, помехоустойчивой и допускающей несложную реализацию на современных ЭВМ. Кроме того, хотелось дать почувствовать, что упомянутая система обладает очевидной внутренней широтой в смысле возможностей ее углубления и совершенствования применительно к различным сейсмогеологическим условиям исследуемых районов. В отношении же изучения свойств обращенных продолжений полей с целью выяснения наиболее эффективных способов их использования на практике нам пришлось ограничиться рассмотрением только простейшего случая волновых продолжений полей сейсмограмм в однородные среды и привести лишь самые необходимые (далеко не полные) результаты его исследования. Решение начать разработку метода обращенных волновых продолжений со случая однородной модели покрывающей толщи среды представляется настолько естественным, что его едва ли можно причислять к разряду ограничений. Действительно, изучение нового всегда целесообразно начинать с простейших нетривиальных случаев. Модель же однородной среды не должна считаться в настоящее время тривиальной, так как она в точности соответствует интерпретационным построениям сейсморазведки, выполняемым в рамках понятия о средней скорости распространения волн, на котором, как известно, базируются почти все современные производственные методы интерпретации сейсморазведочных данных. Дополнительные сведения о содержании предлагаемого исследования изложены в монографии [Петрашень, Нахамкин, 1973].

## КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ И ПРОБЛЕМА ПРОДОЛЖЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

Обсуждающиеся в последние годы возможности новых подходов к решению структурных задач сейсморазведки обычно так или иначе связываются с голографией и ее успехами в области оптических явлений. Голография появилась сравнительно недавно, к ней не успели еще привыкнуть, и не все геофизики смогли реально оценить ее сущность и область приложений. Поэтому вполне оправданно пытаться проанализировать принципы, лежащие в основе этого метода, с потребительской, разведочной точки зрения. И вот здесь мы встречаемся с любопытным обстоятельством, а именно: если не касаться технической реализации процесса голографии, которая является одним из замечательных открытий века, то можно утверждать, что в основе голографии лежит математическая идея, возраст которой более ста лет и которая уже давно частично реализуется в сейсморазведке. Однако математические соображения и идеи, которые мы здесь имеем в виду, могут оказаться не вполне привычными для лиц, не соприкасающихся в своей деятельности достаточно тесно с математической физикой. В связи с этим представляется полезным остановиться на изложении некоторых известных математических результатов, относящихся к интересующему нас кругу вопросов. Последнее удобно сделать на примере простейших задач для одного волнового уравнения, так как получающиеся при этом качественные выводы непосредственно распространяются и на случаи задач теории упругости, лежащей в основе теоретического описания сейсмических волновых полей.

В математической физике при формулировке задач для волнового уравнения

$$\Delta u(M,t) - \frac{1}{v^2(M)} \frac{\partial^2 u(M,t)}{\partial t^2} = -f(M,t), \qquad (1)$$

к которым приводят или могут приводить проблемы физики или техники, основное внимание обращается на вопросы корректности постановок задач. Под последним понимают необходимые и достаточные условия, при выполнении которых уравнение (1) имеет единственное решение, и это решение непрерывно зависит от входных данных задачи, определяемых на практике путем измерений, всегда сопровождающихся некоторыми погрешностями. Наиболее типичные задачи для уравнения (1) в нестационарном случае формулируются следующим образом: пусть задана конечная или бесконечная область $B$ точек $M$ среды, ограниченная поверхностью $S$, и пусть в этой области функция $v(M)$, определяющая скорость распространения волн в среде, непрерывна. Требуется найти решение уравнения (1) в $B$ для $t \geq 0$ при дополнительных условиях: 1) в некоторой части области $B$, которая может сводиться и к одной точке $P$, заданы источники $f(M, t)$ колебаний; 2) в момент $t = 0$ заданы начальные условия

$$u(M,t)\big|_{t=0} = u_0(M), \qquad \left.\frac{\partial u(M,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = u_1(M), \qquad (2)$$

определяющие начальный режим колебаний среды; 3) при всех значениях $t > 0$ задан граничный режим колебаний, т. е. задано одно из условий следующих трех типов:

$$u(M,t)\big|_{M=N} = \varphi_1(N,t), \qquad (3)$$

$$\left.\frac{\partial u(M,t)}{\partial n}\right|_{M=N} = \varphi_2(N,t), \qquad (4)$$

$$\left[h_1 u(M,t) + h_2 \frac{\partial u(M,t)}{\partial n}\right]_{M=N} = \varphi_3(N,t), \qquad (5)$$

где $N$ – точка граничной поверхности $S$; $h_1$ и $h_2$ – известные функции точек $S$; $\partial/\partial n$ обозначает дифференцирование вдоль нормали к поверхности $S$, а $\varphi_\nu(N, t)$ как раз и определяет граничный режим колебаний среды. При этом если граница среды жестко закреплена, то берут условие (3) с функцией $\varphi_1 \equiv 0$. В случае же свободной границы следует брать условие (4) и полагать $\varphi_2 \equiv 0$.

Указанная постановка задачи удовлетворяет всем требованиям корректности, а также здравому смыслу. Следует подчеркнуть, что волновой режим на границе $S$-области должен задаваться только лишь одним каким-либо условием из (3)–(5). Дело в том, что если на границе задано, например, значение $u$, т. е. задано условие (3), то это совместно с условием (2) уже однозначно определяет решение уравнения (1). Тем самым автоматически определяется и значение $\partial u/\partial n$ на границе $S$, поэтому задавать такое значение заранее, не внося противоречий в задачу, нельзя. Аналогично обстоит дело и в случае задач, решаемых на основе условий (4) или (5).

В изложенной постановке предполагалось, что скорость $v(M)$ распространения волн является непрерывной функцией во всех точках $B$. Однако в области $B$ часто существуют внутренние границы раздела $\Sigma_i$, при переходе через которые $v(M)$ изменяется скачком. В таких случаях при постановке задачи необходимо добавлять четвертое условие, выражающее требование непрерывности в окрестности $\Sigma_i$ искомого решения $u(M, t)$ и некоторых комбинаций его первых производных.

В задачах для волнового уравнения (1) эти условия, как известно, обычно имеют вид

$$u\left(N_i^+,t\right) = u\left(N_i^-,t\right), \quad \left.\frac{\partial u(M,t)}{\partial n_i}\right|_{M=N_i^+} = \left.\frac{\partial u(M,t)}{\partial n_i}\right|_{M=N_i^-}, \qquad (6)$$

где $\partial/\partial n_i$ – дифференцирование по нормали $n_i$ к поверхности $\Sigma_i$, а $N_i^+$ и $N_i^-$ обозначают предельные значения точек $M_+$ и $M_-$, выбираемых на нормали $n_i$ (или на ее продолжении) по разные стороны от $\Sigma_i$, при стремлении их к границе $\Sigma_i$. Получающаяся граничная задача для уравнения (1) при дополнительных условиях (2), (6) и одном из условий (3)–(5) также корректна. Она имеет единственное решение, и это решение непрерывно зависит от всех входных данных $u_0(M)$, $u_1(M, t)$, $f(M, t)$ и $\varphi_\nu(M, t)$.

На практике приходится рассматривать и стационарные задачи для волнового уравнения, в которых предполагается, что источники колебаний изменяются во времени по гармоническому закону

$$f(M,t) = f_0(M)\, e^{\pm i\omega t}, \qquad (7)$$

и решение $u(M, t)$ ищется в форме

$$u(M,t) = u(M) e^{\pm i\omega t}. \qquad (8)$$

Таковыми, в частности, оказываются голографические задачи, которые стимулировали интерес к продолжению волновых полей в сейсморазведке. В стационарных случаях уравнение (1) переписывается в виде

$$\Delta u + k^2(M) u = -f_0(M), \qquad (9)$$

где $k(M) = |\omega|\, v^{-1}(M)$ – волновое число.

Корректная постановка математических задач для уравнения (9) выглядит следующим образом. Требуется найти решение уравнения (9) в области $B$ при дополнительных условиях: 1) в некоторой части области $B$ (или в ее точках $P$) заданы стационарные источники колебаний $f_0(M)$; 2) если область $B$ безгранична, то на бесконечности выполняются условия излучения, смысл которых заключается в требовании существования на достаточно больших расстояниях $R$ от источников лишь волн, уходящих на бесконечность*; 3) задан стационарный режим колебаний на границе $S$ области $B$, т. е. задано одно из условий (3)–(5), в котором $\varphi_\nu(N, t)$ заменено на $\varphi(N)$ (такое условие получается после сокращения на exp $(\pm i\omega t)$ из соответствующего условия (3)–(5), в которое подставлено (8) и $\varphi_v(N, t) = \varphi_v(N) \exp(\pm i\omega t)$); 4) если в $B$ существуют внутренние границы $\Sigma_i$ раздела сред, при переходе через которые $v(M)$ изменяется скачком, то ставятся еще условия вида (6), выражающие требование непрерывности $u(M)$ и его нормальной производной на всех внутренних границах $\Sigma_i$ раздела сред.

В сформулированных задачах указаны необходимые и достаточные условия существования и единственности решений, которые, кроме того, оказываются непрерывно зависящими от всех входных данных. При отбрасывании хотя бы одного из перечисленных условий теряется единственность решения. Добавление же какого-либо условия приводит к противоречию. Заметим, что факт единственности решения, обеспечивающий физическую определенность рассматриваемой математической задачи, имеет еще то важное значение, что он позволяет искать решение "любым путем", лишь бы это решение было найдено. Решение можно "угадывать". При этом если оно удовлетворяет всем перечисленным выше условиям, то оно единственно правильно.

Предложенные задачи представляют основной интерес, так как они близки по своей постановке к задачам теоретической сейсмологии. Такие задачи подробно изучались в математической физике как в общем виде, так и на примерах многочисленных приложений к физике и технике. Поэтому в настоящее время имеется весьма много точных результатов, позволяющих судить о качественных и количественных свойствах решений предложенных задач в зависимости от свойств входных функций $v(M)$, $f(M, t)$, $u_0(M)$, $u_1(M)$, $\varphi_v(N, t)$ и геометрии границ среды.

В соответствии с целью настоящего исследования мы будем интересоваться лишь задачами, имеющими отношение к вопросу о продолжении волновых полей, зарегистрированных на некоторой плоскости $z = 0$ среды, структура которой подобна структуре сред, типичных для сейсморазведки. При этом ради определенности рассматриваются задачи лишь в нестационарной постановке. Фактически такие же результаты можно было бы получить и для стационарных задач. Мы не останавливаемся на этом, потому что, во-первых, к решениям стационарных задач всегда можно перейти от решений нестационарных – при помощи преобразования Фурье (см. [Петрашень, Нахамкин, 1973]), а во-вторых, из-за меньшей важности таких задач для сейсморазведки.

Пусть задана изотропная безграничная среда, мысленно разделенная на два полупространства плоскостью $z = 0$. Будем предполагать, что в нижнем полупространстве $z < 0$ имеется структура, заданная зависимостью $v = v(M)$ скорости распространения волн от точек $M = (x, y, z)$ среды, положением и геометрией границ раздела $\Sigma_i$ и т. п. Верхнее же полупространство $z > 0$ будем считать однородным и характеризующимся скоростью распространения $v_0 = \text{const}$. Допустим, что при $t < 0$ среда находилась в покое, а при $t = 0$ в некоторой точке $P$ полупространства $z < 0$ начинает действовать известный, кратковременный источник колебаний, возбуждающий волновое поле. Если поле $u$ уже возбуждено, то его можно регистрировать в произвольных точках среды. Будем считать, что поле регистрировалось без искажений в точках плоскости $z = 0$ в течение промежутка времени

$$0 < t < T \tag{10}$$

и что при этом была определена функция

$$u\big|_{z=0} = u^0(x, y, t). \tag{11}$$

Обозначая через $u_+(x, y, z, t)$ и $u_-(x, y, z, t)$ волновые поля, возбужденные источником $P$ соответственно в верхнем $z > 0$ и нижнем $z < 0$ полупространствах, поставим вопрос: в какой мере могут быть определены (восстановлены) поля $u_\pm(x, y, z, t)$ только лишь на основании известных значений

$$u_+\big|_{z=0} = u_-\big|_{z=0} = u^0(x, y, t) \tag{12}$$

этих полей в точках плоскости $z = 0$? Очевидно, что подобная задача для поля весьма близка к выяснению информативности данных, содержащихся в сейсмограммах позиционных наблюдений, для решения вопросов, касающихся свойств волн, подходивших к дневной поверхности, в частности кинематических законов их распространения. Естественно, что для сейсморазведки такая задача представляет несомненный интерес. Волновые поля, определяемые в полупространствах $z > 0$ и $z < 0$ только на основе функции $u^0(x, y, t)$ из (11), мы будем называть в дальнейшем соответственно прямым и обращенным продолжением поля (11).

Рассмотрим сначала простой вопрос о прямом продолжении поля (11) в полупространство $z > 0$, а также вопрос о возможности использования такого продолжения для разделения интерферирующих волн и определения их параметров. Для этого заметим, что поле $u_+(x, y, t)$, появляющееся в полупространстве $z > 0$ из-за прохождения через поверхность $z = 0$ волн, идущих вверх из полупространства $z < 0$, должно, согласно поставленной задаче, при $z > 0$ удовлетворять: 1) уравнению (1), в котором $v = v_0$ и $f \equiv 0$; 2) начальным данным (2), в которых $u_0 \equiv 0$ и $u_1 \equiv 0$. Если к указанным условиям добавить еще в качестве граничного условия равенство (12), правая часть которого известна по предположению, то для определения поля $u = u_+$ (при $z > 0$, $t > 0$) получится математическая задача типа (1)–(5), имеющая единственное решение. Входными данными в такой задаче оказывается лишь функция $u^0(x, y, t)$ из (11). Таким образом, можно утверждать, что информация, содержащаяся в зарегистрированных значениях (11) поля, достаточна для определения истинного поля в области $z > 0$, а решение получающейся математической задачи для прямого продолжения поля (11) определяет истинное поле $u_+(x, y, t)$. Указанное продолжение полностью учитывает всю (как кинематическую, так и динамическую) информацию, содержащуюся в правой части (11). Заметим, что если рассматривать данные (11) вдоль не-

* При зависимости $u$ и $f$ от времени $t$ в виде (7) и (8) условий излучения в случае однородной среды ($v = \text{const}$) требуют, чтобы при достаточно больших расстояниях $R$ от области приложения внешних воздействий решение $u(M)$ из (8) имело такой вид, что

$$u(M)\exp^{\pm i\omega t} \approx \frac{A}{R}\exp\left\{\pm i\omega\left[t - \frac{R}{v}\right]\right\}$$

оказывается волной, уходящей на бесконечность.

которого профиля, например $y = 0$, то обычными для сейсморазведки методами годографов можно было бы пытаться продолжить в область $z > 0$ кинематическую часть информации, содержащуюся в (11). При этом если волны разделяются, хорошо коррелируются и имеют протяженные оси синфазности, то такое продолжение удается обоснованно реализовать. В противном же случае обоснование упомянутого процесса продолжения встречается с серьезными затруднениями, которые далеко не всегда можно преодолеть методами геометрической сейсмики. Существенно подчеркнуть, что в описанном выше процессе прямого продолжения поля (11) (на основе решения краевой задачи) подобные затруднения не возникают. Продолжение одинаково хорошо работает как в случае разделяющихся, так и интерферирующих сигналов. Более того, оно автоматически учитывает и даже определяет степень применимости к зарегистрированному материалу законов геометрической сейсмики, которые, как известно, безоговорочно справедливы лишь применительно к отдельным вступлениям волн, возбужденных разрывными воздействиями. Таким образом, рассматриваемый способ продолжения поля кроме всего прочего может служить базой для выяснения вопросов, касающихся степени применимости геометрической сейсмики к продолжению зарегистрированных вступлений в зависимости от частоты волн, длин их осей синфазности, расстояния, на которое производится продолжение, и т. д.

Остановимся кратко на вопросах, касающихся возможного практического значения обсуждаемого продолжения поля для задач сейсморазведки. Дело в том, что в сейсмической практике не встречается ситуаций, в которых требуется продолжить волновое поле в область $z > 0$ однородной среды ($v_0 = \text{const}$) по результатам его регистрации в точках плоскости $z = 0$, расположенной в той же однородной среде. Более того, единственной "плоскостью" ($z = 0$), где еще можно зарегистрировать сейсмическое поле в виде функции $\tilde{u}^0(x, y, t)$, является дневная поверхность, "выше" которой уже нет сейсмической среды. Если же продолжать сейсмическое поле $\tilde{u}^0(x, y, t)$, зарегистрированное на дневной поверхности, в однородную среду ($v = v_0$), которая мысленно надстраивается над дневной поверхностью $z = 0$, то поле $\tilde{u}^0(x, y, t)$ уже не будет совпадать с полем $u^0(x, y, t)$, которое регистрировалось бы на границе $z = 0$ нашей достроенной среды. Таким образом, положение дел здесь несколько отличается от того, что подразумевалось в обсуждаемой выше задаче.

Конечно, в сейсморазведке может идти речь лишь о продолжении поля $\tilde{u}^0(x, y, t)$, зарегистрированного на дневной поверхности $z = 0$, в мысленно надстраиваемое сверху однородное полупространство ($z > 0$, $v = v_0$). При этом прямое продолжение данных $\tilde{u}^0(x, y, t)$ в область $z > 0$ следует рассматривать как технический прием, позволяющий извлекать необходимую информацию, содержащуюся в сейсмограммах $\tilde{u}^0(x, y, t)$. Прямое продолжение данных $\tilde{u}^0$ является однозначной операцией и позволяет по результатам анализа продолженного на некоторый уровень $z_0 > 0$ поля достоверно судить о свойствах исходного поля $\tilde{u}^0(x, y, t)$. При этом особенно полные сведения удается получать о тех частях поля $\tilde{u}^0(x, y, t)$, которые описываются в рамках геометрической сейсмики и лучевого метода в распространении волн (именно такие части поля и представляют наибольший интерес для сейсморазведки). Например, если поле $\tilde{u}^0(x, y, t)$, зарегистрированное на дневной поверхности $z = 0$, имеет области интерференции различных "приходящих" волн, то при продолжении этого поля на плоскость $z = z_0 > 0$ (с подходяще выбранными значениями параметров $z_0$ и $v_0$) всегда можно добиться разделения волн, а затем путем несложных пересчетов определить "истинные" параметры таких волн в исходном поле $\tilde{u}^0(x, y, t)$. Подобную операцию можно производить неоднократно при различных значениях скорости $v_0$, что позволяет разделять сигналы с весьма большой степенью уверенности и надежности.

Остается еще затронуть вопрос (имеющий особенно важное значение для проблемы обращенного продолжения поля, которая обсуждается в последующих разделах), касающийся различий в результатах прямого продолжения упоминавшихся выше данных $u^0(x, y, t)$ и $\tilde{u}^0(x, y, t)$. Мы дадим здесь лишь краткую качественную иллюстрацию положения дел, причем будем рассматривать вопрос в нулевом приближении лучевого метода. Отметим только, что в математической физике имеются методы, позволяющие получить ответ на такой вопрос с любой степенью точности.

Будем считать, что в первой сейсмической задаче плоскость $z = 0$ не есть граница раздела сред (т. е. что при переходе через эту плоскость скорости распространения сейсмических волн остаются непрерывными) и что регистрируемое на ней поле состоит из наложения регулярных волн, т. е.

$$u^0(x, y, t) = \sum_k f_k \left[ t - \frac{x}{v_0} \sin \varphi_k(x) \right]. \qquad (13)$$

Для простоты мы рассматриваем лишь профиль $y = 0$, а через $\varphi_k(x)$ обозначаем угол падения $k$-волны, зависящий, как правило, от рассматриваемой точки $x$ профиля. Во второй же задаче будем предполагать, что среда $z < 0$ имеет в точности такое же строение и возбуждается в точности таким же источником колебаний, как и в первой задаче, а плоскость $z = 0$ является дневной поверхностью среды, отражающей подходящие к ней волны. В результате регистрации поля на границе $z = 0$ определяется функция

$$\tilde{u}^0(x, y, t) = \sum_k q_k(x) f_k \left[ t - \frac{x}{v_0} \sin \varphi_k(x) \right], \qquad (14)$$

в которой $q_k(x)$ обозначают так называемые коэффициенты конверсии (считается, что сейсмические волны подходят к дневной поверхности под углами падения, не превосходящими предельных углов, при этом форма волны не меняется). Эти коэффициенты оказываются зависящими от точки $x$ профиля, так как их значения определяются углами падения $\varphi_k(x)$ волн.

Если

$$F_k(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_k(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \qquad (15)$$

есть спектральная функция сигнала $f_k(\tau)$, то спектральные функции данных из (13) и (14) будут иметь вид:

$$U^0(x, \omega) = \sum_k F_k(\omega) e^{-i\omega \frac{x}{v_0} \sin \varphi_k(x)},$$

$$\tilde{U}^0(x, \omega) = \sum_k F_k(\omega) q_k(x) e^{-i\omega \frac{x}{v_0} \sin \varphi_k(x)}.$$

Из математической реализации процесса прямого продолжения полей $u^0$ и $\tilde{u}^0$ следует, что кинематические законы распространения продолженного поля в основном определяются экспоненциальными множителями $\exp\left[-i\omega \frac{x}{v_0}\sin\varphi_k(x)\right]$, а также базой $(a, b)$ профиля, с которой производится продолжение. При этом выясняется, что если при доминирующей частоте $\omega$ зарегистрированных волн коэффициенты конверсии $q_k(x)$ оказываются функциями от $x$, изменяющимися достаточно медленно по сравнению с экспоненциальными множителями, то в кинематическом отношении результаты продолжения полей $u^0$ и $\tilde{u}^0$ весьма мало отличаются друг от друга. В сейсморазведке (молчаливо) подразумевается, что указанное условие выполнено, так как всегда полагают, что присутствие коэффициентов конверсии в зарегистрированных на сейсмограммах данных вида (11) не препятствует определению истинных кинематических параметров волн, подходивших к дневной поверхности. В такой ситуации все изложенное приобретает очевидное прикладное значение для сейсморазведки.

Перейдем к обсуждению вопросов, касающихся обращенного продолжения поля, т. е. к возможности определения функции $u_-(x, y, t)$ в полупространстве $z < 0$ только на основании данных (12), зарегистрированных на поверхности $z = 0$ в течение времени (10). При этом будем считать, что поле возбуждалось источником колебаний, расположенным в некоторой точке $P$ среды $z < 0$ и действовавшим лишь в течение малого промежутка времени $0 < t < \delta$ (где $\delta << T$), так что функция $f(M, t)$ плотности источников из (1) имеет вид

$$f(M,t) = \varphi(t)\,\delta(M - P), \tag{16}$$

где $\delta(M - P)$ – функция Дирака (символ единичного источника), а $\varphi(t) \neq 0$ только при $0 < t < \delta$.

Процесс возбуждения и распространения поля $u_-(x, y, z, t)$ в среде $z \le 0$ (и одновременно поля $u_-$ в полупространстве $z > 0$) может быть описан математически в результате решения уравнения (1) с функцией $f$ из (16) при дополнительных требованиях: 1) что решение $u = u_-$ удовлетворяет при $t = 0$ начальным условиям (2), в которых положено $u_0(M) = u_1(M) = 0$ (так как при $t = 0$ в среде был покой), и 2) что на всех границах $\Sigma_i$ раздела сред выполняются условия контакта вида (6). Заметим, что на поверхности $z = 0$ никакого условия не ставится, так как среда предполагается не имеющей свободной границы (дневной поверхности), и волны, доходящие до поверхности $z = 0$, свободно уходят в полупространство $z > 0$. После того как поле в среде возбуждено, можно замерять его значения где угодно. Мы считаем, что замеры поля производились на плоскости $z = 0$ в течение промежутка времени (10) и привели к функции $u^0(x,y, t)$ из (12).

Изложенное соответствует описанию истинного процесса возбуждения поля $u_-(x, y, z, t)$ во времени $t$, при котором причиной возбуждения поля $u_-$ было действие источника (16), а равенство (12) оказалось следствием процесса измерения поля.

Мы же хотим выяснить, нельзя ли поле $u_-(x, y, z, t)$ определить на основании равенства (12), правая часть которого считается известной функцией в промежутке (10). При таком подходе к проблеме причина и следствие как бы меняются местами: функцию $u^0(x,y, t)$ из (12) мы должны рассматривать как причину появления поля, т. е. как "плотность" некоторых источников, распределенных на поверхности $z = 0$, а процесс должны описывать не во времени $t$, а в обращенном времени

$$\tau = T - t. \tag{17}$$

При обращенном описании момент $t = T$ окончания регистрации значений $u_-(x, y, z, t)$ на плоскости $z = 0$ необходимо рассматривать как начальный момент $\tau = 0$ попытки определения $u_-$ по значениям правой части (12), т. е. как момент включения "источников" $u^0(x,y, t)$. Само же описание поля $u_-$ в обращенном времени $\tau$ должно отличаться от описания $u_-$ во времени $t$ в точности так же, как отличаются друг от друга кинокартины, прокручиваемые в обратном и прямом, т. е. нормальном, направлениях.

Полагая, что

$$w(x, y, z, \tau) = u_-(x, y, z, T - \tau), \tag{18}$$

постараемся сформулировать математическую задачу, в которую равенство (12) входило бы в качестве граничного условия и из которой поле $w$ определялось бы однозначно. Чтобы это сделать, заметим, что производные от $u_-$ и $w$ по пространственным переменным всегда совпадают и что из (18) и (17) следует

$$\frac{\partial u_-}{\partial t} = -\frac{\partial w}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2}, \quad \Delta u_- = \Delta w. \tag{19}$$

Если рассматривать моменты $\delta \le t \le T$, т. е. промежуток

$$0 \le \tau \le T - \delta \tag{20}$$

обращенного времени, то в среде $z < 0$ функция $u_-$ удовлетворяет однородному уравнению (1) (где положено $f \equiv 0$), поэтому, в соответствии с (19), $w$ должны удовлетворять волновому уравнению

$$\Delta w - \frac{1}{v^2(M)}\frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = 0. \tag{21}$$

На границах $\Sigma_i$ раздела слоев среды функция $u_- = u$ удовлетворяет условиям контакта (6), в которые входят только пространственные производные, поэтому функция $w$ из (18) должна удовлетворять таким же условиям контакта:

$$w\left(N_i^+, \tau\right) = w\left(N_i^-, \tau\right), \quad \left.\frac{\partial w(M,\tau)}{\partial n_i}\right|_{M=N_i^+} = \left.\frac{\partial w(M,\tau)}{\partial n_i}\right|_{M=N_i^-}. \tag{22}$$

Наконец, в результате измерений установлено, что функция $u_-$ удовлетворяет при $z = 0$ равенству (12), вследствие чего функция $w$ из (18) должна удовлетворять граничному условию

$$\left. w(x, y, z, \tau)\right|_{z=0} = u^0(x, y, T - \tau). \tag{23}$$

Посмотрим, достаточно ли условий (22) и (23) для того, чтобы решение уравнения (21) определялось однозначно. Сравнение с задачами (1)–(6) дает отрицательный ответ на такой вопрос и показывает, что для однозначности решения следовало бы добавить еще одно условие, а именно: начальные данные вида

$$\left. w\right|_{\tau=0} = w_0(x, y, z), \quad \left.\frac{\partial w}{\partial \tau}\right|_{\tau=0} = w_1(x, y, z), \tag{24}$$

где функции

$$w_0 = u_-(x, y, z, T), \quad w_1 = -\left.\frac{\partial u_-(x, y, z, t)}{\partial t}\right|_{t=T}, \qquad (25)$$

отличные от нуля во всех точках полупространства $z < 0$, куда успело распространиться поле $u_-$ к моменту времени $t = T$, практически не могут быть определены экспериментально.

Итак, мы приходим к выводу, что не может быть и речи о точном восстановлении поля $u_-$ в среде $z < 0$ по измеренным его значениям (12) на плоскости $z = 0$. Однако возникает вопрос: нельзя ли использовать измеренные значения (12) для построения в среде $z < 0$ некоторого вспомогательного поля $\tilde{u}(x, y, z, t)$, сохраняющего хотя бы часть свойств истинного поля $u_-(x, y, z, t)$, полезных для решения задач сейсморазведки? Дело в том, что значения поля $u^0(x, y, t)$, зарегистрированные на дневной поверхности $z = 0$ сейсмической среды, являются, как известно, основным материалом для любого способа интерпретации сейсморазведочных данных. При этом в основу интерпретации всегда кладут выделение на сейсмограммах групп колебаний, соответствующих вступлениям отдельных волн, выяснение природы этих вступлений и, наконец, построение лучей или фронтов, отвечающих таким волнам. Направление подхода лучей к дневной поверхности устанавливается по значениям скорости распространения волн в слое среды под дневной поверхностью, а также по кажущейся скорости вступления волн на сейсмограмме. После того как упомянутые направления определены, делается та или иная гипотеза о строении среды $z < 0$ и лучи "продолжаются" вглубь среды до соответствующих границ раздела.

Не останавливаясь на деталях, мы вправе констатировать, что в применяемых методах интерпретации сейсморазведочных данных фактически совершается продолжение вглубь среды некоторых элементов "истинного" поля, сведения о которых содержатся в сейсмограммах, т. е. в правых частях равенств типа (12). Тот факт, что такое продолжение производится в общем "правильно" (т. е. что оно приводит к лучам волн, отвечающим именно тому полю, которое возбуждалось в среде при сейсмических работах), подтверждается успехами сейсморазведки. То же обстоятельство, что в применяемых методах сейсморазведки (в результате продолжения поля) стараются восстановить только кинематические характеристики, т. е. лучи и фронты некоторых волн, входящих в состав истинного поля, указывает, во-первых, на особую важность таких характеристик для современного подхода к задачам сейсморазведки и, во-вторых, на то, что такие характеристики достаточно уверенно определяются по значениям поля, зарегистрированным на плоскости $z = 0$. Поэтому постановка данного вопроса справедлива. Более того, изложенные выше соображения дают надежду на положительное его разрешение.

Полагаем, что в результате обсуждения поставленного вопроса удастся прийти к такому вспомогательному полю $\tilde{u}(x, y, z, t)$, которое лучше и полнее учитывает информацию о среде, содержащуюся в сейсмограммах (12), чем "поля", реализуемые при обычных кинематических способах продолжения. Так, например, может оказаться (и оказывается в действительности), что поле $\tilde{u}$ не только весьма полно описывает кинематические характеристики всех волн, входящих в состав истинного поля $u_-(x, y, z, t)$ в среде $z < 0$, но учитывает и относительные динамические их характеристики. При этом математическая реализация продолжения может привести (и действительно приводит) к удобным машинным алгоритмам, заметно отличающимся от тех, которые используются в сейсморазведке. В частности, их применение не требует предварительного (весьма кропотливого и трудного) анализа сейсмограмм с целью выделения вступлений отдельных волн, что уже само по себе является существенным преимуществом.

Для определения истинного поля (18) в полупространстве $z < 0$ по данным (12) необходимо было бы располагать начальными условиями (24). Но функции $w_0$ и $w_1$ из (25), входящие в такие условия, всегда оказываются неизвестными, и не остается другой возможности, как пренебречь их влиянием на продолжаемое поле. Учитывая, что условия типа (24) нельзя полностью отбрасывать, так как задачи (21)–(23) для $w$ не имеют определенного решения, мы приходим к единственному разумному заключению о необходимости в (24) полагать $w_0 = w_1 = 0$.

Итак, операцию обращенного продолжения в среду $z < 0$ граничного поля $u^0(x, y, z, t)$ из (12) можно было бы определить как решение уравнения (21), подчиненное условиям контакта (22), граничному условию (23) и удовлетворяющее нулевым начальным данным при $\tau = 0$, т. е. условиям (24), в которых $w_0 = w_1 = 0$. Решение $w = \tilde{w}(x, y, z, \tau)$ такой задачи и соответствующее ему продолженное поле

$$\tilde{u}(x, y, z, t) = \tilde{\omega}(x, y, z, T - t), \qquad (26)$$

рассматриваемое в прямом времени $t$, единственно и полностью учитывает информацию, содержащуюся в сейсмограммах (12). Поэтому сформулированное определение операции обращенного продолжения является корректным. Однако оно обладает рядом недостатков. Во-первых, легко выясняется, что поле $\tilde{u}(x, y, z, t)$ содержит в себе ряд ложных ("паразитных") волн по сравнению с истинным полем $u_-(x, y, z, t)$. Во-вторых, математические алгоритмы, позволяющие строить поле $\tilde{u}(x, y, z, t)$, оказываются излишне сложными и громоздкими. Вследствие указанных причин в дальнейшем мы несколько изменим определение понятия "обращенное продолжение поля". Но для этого нужно сначала выяснить, в какой мере истинное поле $u_-(x, y, z, t)$ в среде $z < 0$ при значениях $t > \delta$ отличается от поля $\tilde{u}(x, y, z, t)$, которое получается в результате указанной выше операции обращенного продолжения. Ради краткости мы обсудим этот вопрос лишь на уровне наглядных качественных рассуждений.

Предположим сначала, что плоскость $z = 0$ не есть граница раздела среды и что ближайшей к ней границей раздела в области $z < 0$ оказывается поверхность $SS'$ (рис. 1). Абстрагируясь от прочих границ и считая, что источник колебаний (16) располагался ниже границы $SS'$, видим, что возбужденная источником волна доходит до границы $SS'$ и испытывает на ней отражение и преломление. В результате к моменту времени $t = T$ поле распространяется так, что оно окажется отличным от нуля только в заштрихованных на рис. 1 полосах $CC'$ (отраженная волна) и $BB'$ (преломленная границей $SS'$-волна), заключенных между передними и задними фронтами волн. Заметим, что фронт прямой волны, возбужденный источником, на рис. 1 не указан, так как эта волна не будет представлять для нас какого-либо интереса.

Процесс распространения волн от источника можно описывать путем прослеживания движения волновых фронтов всех волн. Но, как известно, можно применять и лучевое описание, при котором оказывается (с точностью, вполне достаточной для сейсмической практики), что энергия волн как бы распространяется вдоль лучевых трубок, построенных на соответствующих лучах. На границе раздела лучевые трубки разветвляются на трубки отраженной и преломленной волн, в которых продолжают распространяться части энергии, содержащейся внутри трубки падающей волны. Количественное распределение энергии падающей волны между преломленной и отраженной волнами регулируется квадратами коэффициентов преломления и отражения, зависящих от угла падения луча волны, значения которых можно считать величинами одинакового порядка. Ради краткости в дальнейшем мы будем заменять слова "лучевая трубка" одним словом "луч" и будем говорить о распространении (энергии) волн вдоль лучей.

С точки зрения истинного времени $t$ картина распространения волн поля $u(x, y, z, t)$, значения которого в полупространствах $z > 0$ и $z < 0$ мы условились обозначать соответственно через $u_+$ и $u_-$, отвечает движению волновых фронтов $BB'$ и $CC'$ в стороны, определяемые направлениями стрелок на лучах рис. 1. Выражаясь иначе, можно считать, что распространение этих волн соответствует движению энергии волн вдоль всевозможных лучей в направлениях, указанных на рис. 1 стрелками. В обращенном времени $\tau$ (17) распространение тех же волн определяется движением (энергии волн или фронтов) вдоль тех же лучей, с теми же скоростями, но в обратном направлении.

Во всей нашей безграничной среде при значениях $\tau$ из (20) истинное обращенное поле

$$w(x, y, z, \tau) = u(x, y, z, T - t) \tag{27}$$

может быть однозначно определено из математической задачи для уравнения (21), при условии контакта (22) и начальных данных (24), в которых

$$w_0 = u_-(x, y, z, T), \quad w_1 = -\left.\frac{\partial u_-(x, y, z, t)}{\partial t}\right|_{t=T}, \tag{28}$$

причем правые части (28) вычисляются по истинному полю во всех точках среды, куда поле распространилось к моменту времени $t = T$. При сделанных предположениях функции $w_0$ и $w_1$ отличны от нуля лишь в заштрихованных на рис.1 полосах. Но в полупространстве $z < 0$ поле $w = u$ из (27), совпадающее с полем $w = u_-$ из (18), может быть определено и из математической задачи для уравнения (21), сформулированной только для полупространства $z < 0$. При этом решение уравнения (21) следует подчинять условиям контакта (22), начальному условию (24), содержащему функции $w_0$ и $w_1$ из (25) или, что то же самое, из (28), только при значениях $z < 0$ и граничному условию (23).

Таким образом, оказывается, что влияние граничных условий (23) на формирование в среде $z < 0$ истинного обращенного поля $w$ в точности равно влиянию на это же поле начальных условий (24), отвечающих той части заштрихованной области $BB'$ (см. рис. 1), которая лежит в полупространстве $z < 0$. На основании этого точного результата представляется весьма правдоподобным и следующий вывод, подтверждаемый и строгими расчетами, а именно: влияние начальных условий (24) при $z < 0$ на формирование истинного обращенного поля $w(x, y, z, \tau)$, удовлетворяющего условиям математической задачи (21)–(24), ни в коем случае не может считаться малым по сравнению с влиянием на это поле граничных условий (23). Поэтому если отбрасывается информативная часть начальных условий (24), т. е. полагается $w_0 \sim w_1 = 0$, как это сделано нами ранее при определении понятия "обращенное продолжение граничных значений (12)", то в результате получается поле $\tilde{w}$ из (26), которое сильно отличается от истинного поля $w$ из (27). Наличие существенных различий между полями $\tilde{w}$ и $w$ вне области "лучевого конуса", ограниченного лучами $POb_0$ и $Pa_3b_3$ на рис. 1, по-видимому, не нуждается в дополнительной аргументации. Что же касается области такого конуса, то ее целесообразно рассмотреть более подробно.

На рис. 2 изображена часть $BB''$ волновой зоны $BB'$ рис. 1, расположенная в полупространстве $z > 0$ и отвечающая моменту $t = T$. Кроме того, изображены лучи $Pa_1b_1$, $Pa_2b_2$, $Pa_3b_3$, стрелки на которых соответ-

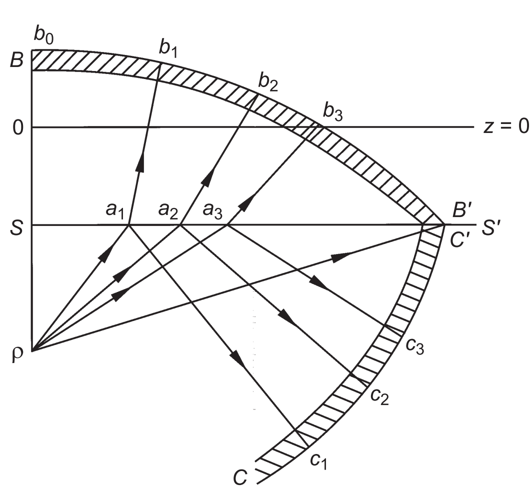


**Рис. 1.** Схема представления отраженного и преломленного волновых полей.

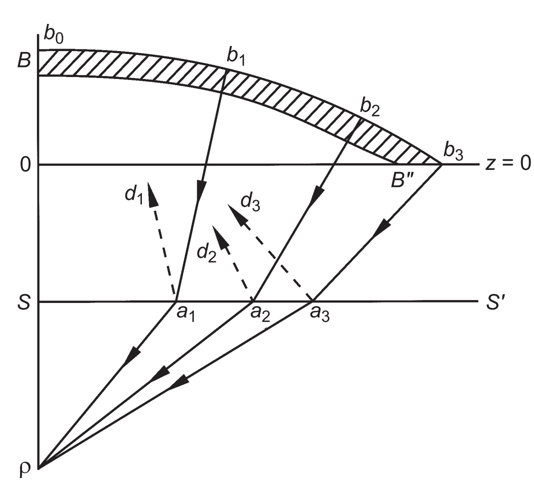


**Рис. 2.** Схема обращенного волнового поля.

ствуют процессу распространения волн в обращенном времени $\tau$. Как указывалось выше, влияние начального возмущения в заштрихованной зоне $BB''$ (т. е. влияние начальных условий (24) с соответствующими функциями $w_0$ и $w_1$, отличными от нуля только в зоне $BB''$) на формирование обращенного поля в точности равно влиянию на это поле граничных условий (23), выписанных для участка $Ob_3$ плоскости $z = 0$. Поэтому рис. 2 адекватно соответствует условиям, в которых формируется обращенное поле $\tilde{w}$ из (26).

Рассматривая процесс распространения $\tilde{w}$ в обращенном времени $\tau$ и применяя лучевое описание, мы пришли бы к выводу, что правее луча $Pa_3b_3$ поле $\tilde{w} = 0$. Однако этот результат неверен, так как лучевое описание процесса распространения волн применимо только к тем частям волновых фронтов, вдоль которых поле изменяется достаточно плавно. В нашем же случае при переходе через границу $z = 0$ в правом конце заштрихованной полосы $BB''$ поле изменяется скачком до нуля при $z < 0$, т. е. изменяется крайне быстро. Поэтому для описания поля $w(x, y, z, \tau)$ в окрестности граничного луча $Pa_3b_3$ необходимо пользоваться другими методами (близкими к теории дифракции), которые показывают, что суммарное волновое поле может рассматриваться как наложение лучевой его части, а также поля, определяющего дифракционный краевой эффект, характер которого проиллюстрирован в [Петрашень, Нахамкин, 1973]. При этом ширина области краевого эффекта оказывается тем меньшей, чем меньше длина $\lambda_0$ доминирующей волны, испущенной источником $P$. Таким образом, если база $Ob_3$, на которой регистрировалась функция $u^0(x, y, t)$ из (12), достаточно велика по сравнению с длиной $\lambda_0$, то для рассмотрения внутренних точек лучевого конуса $POb_0$, $Pa_3b_3$, расположенных сравнительно далеко от граничного луча $Pa_3b_3$, вполне законно пользоваться лучевым описанием. Вследствие этого при дальнейших качественных рассуждениях мы будем применять лучевое описание, не обращая внимания на наличие упоминавшегося краевого эффекта.

Для сопоставления полей $w$ и $\tilde{w}$ заметим, что при описании в обращенном времени $\tau$ распространение волн истинного поля $w(x, y, z, \tau)$ соответствует движению вдоль лучей (в направлениях, противоположных стрелкам на рис. 1) энергии волн, содержащейся в заштрихованных на рис. 1 зонах $BB'$ и $CC'$. Распространение же волн, отвечающих полю $w(x, y, z, \tau)$, соответствует такому же движению энергии, содержащейся в одном лишь участке $z > 0$ зоны $BB'$ рис. 1 (т. е. в зоне $BB''$ рис. 2). Поэтому до тех пор, пока волны, создаваемые энергией поля, содержащейся в заштрихованных полосах при $z > 0$ (см. рис. 1 и 2), еще не дошли до границы раздела $SS'$, в точках упоминавшегося конуса, расположенных выше границы $SS'$, поля $w(x, y, z, \tau)$ и $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$ оказываются одинаковыми*. В результате же влияния границы $SS'$ на распространение волн в обращенном времени $\tau$ в полях $w$ и $\tilde{w}$ появляются существенные различия.

В случае истинного поля $w$ процесс взаимодействия волн с границей $SS'$ выглядит так: волна, идущая от зоны $BB'$ и распространяющаяся, например, вдоль луча $b_1a_1$, доходит до границы $SS'$ в некоторый момент $\tau_1$. Точно в этот же момент к точке $a_1$ границы $SS'$ подходит другая волна, распространяющаяся вдоль луча $c_1a_1$ от точки $c_1$ заштрихованной зоны $CC'$. Обе волны начинают отражаться и преломляться на границе $SS'$ одновременно, и именно из-за этого в результате появляется только одна волна, распространяющаяся вдоль луча $a_1P$, при этом заметно более интенсивная, чем каждая из волн, упоминавшихся выше.

В случае же поля $\tilde{w}$ процесс на границе $SS'$ протекает в обращенном времени $\tau$ иначе. К границе раздела $SS'$ подходит только одна волна, созданная за счет энергии поля в заштрихованной области $BB''$ на рис. 2. Но по законам отражения/преломления волн, автоматически учитываемым условиями контакта (22), при этом обязательно появляются две волны: преломленная и отраженная. Таким образом, волна, распространяющаяся, например, вдоль луча $b_1a_1$ и доходящая до точки $a_1$ границы $SS'$ в момент $\tau$, порождает преломленную волну, распространяющуюся вдоль луча $a_1P$ (и заметно менее интенсивную, чем "падающая" волна $b_1a_1$), а также паразитную отраженную волну, луч $a_1d_1$ которой изображен на рис. 2 пунктиром. Такой волны поле $w$ вовсе не имеет. Что же касается "преломленных" волн, распространяющихся во времени $\tau$ вдоль лучей типа $a_1P$ и содержащихся как в поле $w$, так и в поле $\tilde{w}$, то они существенно отличаются друг от друга по интенсивности, однако по своим кинематическим свойствам абсолютно тождественны.

На основании изложенного уже можно сформулировать ряд заключений, легко иллюстрируемых и на примере других сред, в частности таких, для которых плоскость $z = 0$ является дневной поверхностью. Прежде всего нужно отметить следующее:

а) поле $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$, определяемое в результате обращенного продолжения граничных значений (12) истинного поля, сохраняет в себе всю информацию об истинном поле (следовательно, и о среде), содержащуюся в данных $u^0(x, y, t)$. Поэтому все сведения о среде, получаемые обычными методами сейсморазведки из "сейсмограмм $u^0(x, y, t)$", могут быть как-то извлечены в явном виде и из продолженного поля;

б) если $z = 0$ не есть граница раздела или дневная поверхность среды и если $\tau < \tau_0$, где $\tau_0$ – время распространения волн от $z = 0$ до $SS'$, то в пространстве между плоскостью $z = 0$ и ближайшей (снизу) к ней границей раздела $SS'$ функция $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$ дает практически истинное описание любой волны, содержащейся в данных $u^0(x, y, t)$, зарегистрированных на достаточно протяженной базе;

в) если $z = 0$ является дневной поверхностью, то зарегистрированные данные $u^0(x, y, t)$ характеризуют суммарное воздействие на поверхность $z = 0$ падающих и отраженных от нее волн. Поэтому результат $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$ продолжения функции $u^0(x, y, t)$ в область $z < 0$ не дает точного описания подходящей к поверхности $z = 0$ волны даже в пространстве между границами $z = 0$ и $SS'$. Однако относительные интенсивности волн, подходивших к границе $z = 0$ под углами падения, не очень сильно отличающимися друг от друга, правильно отображаются функцией $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$;

* Из-за наличия упоминавшегося краевого эффекта следовало бы считать поля $w$ и $\tilde{w}$ "почти одинаковыми" и тем более близкими друг другу, чем более удаленные от границы $Pa_3b_3$ конуса точки рассматриваются.

г) после прохождения (при описании процессов в обращенном времени τ) истинной волной первой границы $SS'$ ее свойства уже не описываются полностью функцией $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$. Последняя правильно отображает лишь кинематические свойства истинной волны, определяемые законами геометрической сейсмики. Интенсивность же волны отображается функцией $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$ неверно. Однако правильность описания сохраняется для относительных интенсивностей волн, распространяющихся вдоль лучей, углы падения которых не очень сильно отличаются друг от друга.

Наконец, следует особо подчеркнуть, что наряду с волнами, имеющими фронты и лучи, совпадающие с фронтами и лучами истинных волн в среде, поле $\tilde{w}(x, y, z, \tau)$ содержит в себе и паразитные волны, для которых нет аналогов в истинном волновом поле. Они могут лишь затруднить применение обращенных продолжений полей в условиях практики. Поэтому желательно было бы перейти к несколько другому определению операции обращенного продолжения граничного поля (12), лишенному указанного недостатка, приводящему к функциям $\tilde{w}$, не в меньшей мере правильно описывающим свойства истинных полей, и допускающему возможно более простую и конструктивную машинную реализацию. Об этом идет речь в [Петрашень, Нахамкин, 1973]. Предварительно же необходимо обсудить еще не вполне очевидный вопрос о возможности и способах использования обращенного продолжения волновых полей в задачах сейсморазведки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение следует еще раз подчеркнуть, что авторы поставили целью дать исчерпывающее решение обсуждаемых проблем. Мы будем считать свою задачу выполненной, если наш скромный труд окажет стимулирующее влияние на исследования в области волновых продолжений полей и будет способствовать выработке новых подходов к интерпретации сейсморазведочных данных.

## Литература

**Васильев С.А., Урупов А.К.** Новое в принципах и оценках применимости сейсмической голографии // Уч. зап. Пермск. унив. 1972. № 292. С. 12–19.

**Завьялов В.Д.** О применимости принципов голографии в сейсморазведке. М.: ВИЭМС, 1969. 140 с.

**Петрашень Г.И., Нахамкин С.А.** Продолжение волновых полей в задачах сейсморазведки. Л.: Наука, 1973. 170 с.

**Тимошин Ю.В.** Основы дифракционного преобразования сейсмических записей. М.: Недра, 1972. 263 с.

**Behrens J., Bortfold R., Commlish G., Köhler K.** Interpretation of discontinuities by seismic imaging // Geophysis. 1972. V. 38, N 3. P. 481–498.

**Claerbout J.** Fundamentals of geophysical data processing. McGraw-Hill, Stanford, 1976. 274 p.

**Fitzpatrick G.L.** An experiment in seismic holography // U.S. Dept of the Interior. Research Report: Bureau of Mines. 1972. P. 1–20.

**Hoover C.M.** Acoustical holography using digital processing // Geophysics. 1972. V. 37, N 1. P. 1–19.

**Silverman D.** Seismic holography – oil finding tool of the future? // Ocean Ind. 1970. V. 5, N 1. P. 40–53.

*Поступила в редакцию 22 января 2014 г.,*
*в окончательном варианте – 15 февраля 2014 г.*

## КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

*ПЕТРАШЕНЬ Георгий Иванович* – выдающийся ученый в области математической физики, основоположник динамической теории распространения сейсмических волн. Профессор, доктор физико-математических наук, лауреат Государственной премии СССР.

*НАХАМКИН Семен Абрамович* – известный специалист в области анализа и обработки сейсмической информации, талантливый геофизик, кандидат геолого-минералогических наук.