Технологии сейсморазведки, № 4, 2011, с. 6–11 **http://ts.ipgg.nsc.ru**

УДК 550.834

СТРУКТУРНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТНЫХ И ГЛУБИННЫХ ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ*

В.М. Глоговский

Рассматривается обратная кинематическая задача сейсморазведки. Обсуждается ее корректность. Исследуется структурная устойчивость обратной задачи. Приводятся примеры.

Метод отраженных волн, поле времен, глубинно-скоростная модель, обратная задача

STRUCTURAL STABILITY OF ALGORITHMS FOR ESTIMATION OF VELOCITY AND DEPTH PARAMETERS OF THE MEDIUM

V.M. Glogovsky

The inverse seismic kinematical problem is considred. Its correctness is discussed. Structural stability of inversion is studied. Examples are given.

Reflection seismic, traveltimes, velocity-depth model, inverse problem

Большинство способов кинематической обработки данных методом отраженных волн (МОВ) исходит из того, что информация о глубинном строении среды может быть получена по временам прихода волн (полю времен), отраженных от сравнительно небольшого количества границ. Задача определения по полю времен скорости в слоях и конфигурации отражающих границ называется обратной кинематической задачей МОВ. Подробный и обстоятельный анализ постановки обратной задачи содержится в монографии [1]. Некоторые новые понятия, необходимые для дальнейшего, будут вводиться по ходу изложения.

Выбор на каждом конкретном профиле количества отражающих границ, подлежащих определению, осуществляется по временному разрезу с привлечением геологической информации об особенностях строения исследуемой толщи пород. В число искомых включаются границы, соответствующие наиболее резким изменениям скоростей, а также представляющие разведочный интерес. Отбираются интенсивные, протяженные и надежно коррелируемые вдоль профиля синфазности, которым соответствуют спектры скоростей хорошего качества.

Как правило, современные алгоритмы решения обратной кинематической задачи используют *методику послойного определения* параметров среды. Она состоит в последовательном вычислении сначала характеристик первого слоя, затем пересчета поля времен, соответствующего второму слою с дневной поверхности на его кровлю (т. е. известную к этому моменту подошву первого пласта), и нахождении параметров второго слоя и так далее.

Решение обратной задачи в очередном слое выполняется в предположении его локальной однородности. Поэтому, используя априорные данные, стремятся так разбить среду на слои, чтобы каждый из них, по возможности, характеризовался постоянной пластовой скоростью. Практически выполнить такое разбиение можно далеко не всегда. Помимо общих соображений (редко скорости в реальных горизонтах выдержаны не только по вертикали, но и вдоль профиля длиной 10–15 км и более) об этом свидетельствует и большое количество синфазностей, обычно наблюдающихся на временном разрезе между двумя включенными в число определяемых границами. По ряду причин, одна из которых – часто недостаточная точность найденных кинематических параметров волн, образующих эти синфазности, соответствующие границы не включаются в число искомых. Таким образом, несмотря на предпринимаемые усилия, следует считаться с тем, что после фиксации искомых отражающих границ образованные ими пласты могут быть неоднородными. Это порождает вопрос, который будет рассмотрен ниже, а именно: в какой мере решают обратную кинематическую задачу способы, основанные на предположении об однородности слоя, и можно ли повысить точность определения параметров среды, отказавшись от этого требования.

Задачу определения по наблюденному полю времен положения отражающих границ и значения скорости в пластах будем называть общей обратной кинематической задачей МОВ. Наряду с ней можно рассматривать частную обратную кинематическую задачу, которая состоит в нахождении по тем же исходным данным только положения отражающих границ. Разумеется, для вычисления глубин по заданным временам отражений нужно знать (т. е. найти по этим же временам) некоторые множители, которые из соображений размерности имеют смысл скоростей. Но теперь они не обязаны быть действительными скоро-

* Печатается по: **В.М. Глоговский.** Структурная устойчивость алгоритмов определения скоростных и глубинных параметров среды // Сб. докл. III Науч. сем. стран-членов СЭВ по нефтяной геофизике. Т. 1. Сейсморазведка. М.: Изд-во СЭВ, 1987. С. 469–480.

стями распространения волн в среде. Отметим, что подавляющее большинство используемых на практике способов определения скоростных и глубинных параметров среды (например, способ эффективных скоростей в различных модификациях) решают частную обратную кинематическую задачу. Это является одной из причин, по которой целесообразно ввести такое понятие. Другая причина – связь, которая существует между общей и частной обратной задачами. Именно, если частная задача разрешима, то общую задачу можно "разложить" на две отдельные: определение положения отражающих границ и определение скоростей в слоях при условии, что их подошва и кровля известны. На каждом "шаге" при этом уменьшается число неизвестных параметров, что, в свою очередь, облегчает построение и исследование решения. Если частная задача не разрешима, то, очевидно, не разрешима и общая обратная задача.

В дальнейшем будет рассматриваться только частная обратная кинематическая задача МОВ и исследоваться способы, использующие методику послойного пересчета.

ПОЛЕ ДАННЫХ И ЕГО ГЛУБИННАЯ МОДЕЛЬ; ЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СРЕДЫ

Первичным при решении обратной задачи является поле времен прихода волн, соответствующих выбранным на временном разрезе горизонтам. Однако само это решение может строиться не по исходным, а по предварительно преобразованным временам (например, в значения $t_0(x)$, $v_{\text{ОГТ}}(x)$ и т. п.). Параметры, являющиеся результатом таких преобразований (функционалы от исходного поля времен), необязательно эквивалентны наблюденному полю времен. Так, если годограф ОГТ не гиперболичен, то по значениям t_0 и $v_{\text{ОГТ}}$ времена прихода отраженных волн восстанавливаются лишь приближенно. Величины, которые используются для решения обратной задачи, будем называть в дальнейшем полем исходных данных T_n (n – количество горизонтов, фиксированных на временном разрезе). Частная обратная задача состоит, таким образом, в восстановлении отражающих границ по заданному для них полю исходных данных T_n.

Пусть для отражающих границ и полей времен (полей данных) введено понятие близости, так что имеют смысл термины "границы значимо отличаются" или "времена практически совпадают" и т. п. Мы намеренно не уточняем это понятие, поскольку оно существенно определяется решаемой разведочной задачей. Так, для малоамплитудных структурных форм необходимо довольно точно определять углы наклона границ, а некоторое постоянное смещение границы в целом не так существенно (хотя и оно не должно быть неразумно большим). Для крупных структур допустимы более значительные искажения углов. Подобные требования могут меняться в зависимости от этапа разведочных работ, в частности, они различны, когда нужно только принять решение о существовании структуры или необходимо уточнить ее положение для разбуривания. Если говорить об исходных данных, то близкими следует считать величины, различающиеся в пределах точности их измерения. Следовательно, и в этом случае многое определяется тем, какие конкретно данные используются, по какому материалу они получены и т. д. Так или иначе, но в каждом конкретном случае "сейсмически оправданное" понятие близости может быть введено.

Дадим теперь следующее определение: глубинной моделью поля данных T_n (или просто моделью M) называется совокупность границ $h_i(x)$ и скоростей $v_i(x, z)$ ($i = 1, 2, ..., n$), таких, что

1) $h_i(x) \in \{f(x)\}$,

2) $v_i(x, z) \in \{v(x, z)\}$,

3) поле данных $\tilde{T}_n$, соответствующее $h_i(x)$ и $v_i(x, z)$, близко к T_n.

Под $\tilde{T}_n$ понимаются данные, полученные по полю времен, рассчитанному в среде с границами $h_i(x)$ и скоростями $v_i(x, z)$ по законам геометрической сейсмики. Множества $\{f(x)\}$ и $\{v(x, z)\}$, которым должны принадлежать h_i и v_i, играют роль ограничений. Они определяют, какое "глубинное строение среды" считается допустимым, и позволяют рассматривать либо довольно произвольное поведение границ и скоростей, либо, наоборот, ограничить их изменчивость, например, используя априорную информацию. Глубинная модель поля данных нужна не только для исследования обратной задачи, но и для конструктивного ее решения, в этом случае множества $\{f(x)\}$ и $\{v(x, z)\}$ должны состоять из параметризованных функций.

Понятие глубинной модели поля данных отображает суть действий, которые предпринимаются при решении обратной задачи. Когда количество искомых горизонтов задано, то следует выбрать модель среды, в рамках которой определяются числовые характеристики отражающих границ и пластовых скоростей. Такая модель должна, по возможности, отображать свойства реальной среды и в принципе допускать фактически наблюденные исходные данные (это требование учтено в пункте 3 определения модели M).

Если функции $h_i(x)$ и $v_i(x, z)$ в модели M фиксированы, то будем говорить о реализации модели.

При том общем описании модели M, которое принято в определении, не гарантируется, что полю данных T_n удовлетворяет глубинная модель, содержащая только близкие (т. е., по существу, одну) реализации. Однако проблема возникает не только с единственностью решения, но и с существованием модели M для произвольного поля данных T_n. Действительно, когда выбраны множества $\{f(x)\}$ и $\{v(x, z)\}$, гарантировать, что в них найдутся такие h_i и v_i, что соответствующие $\tilde{T}_n$ будут близки к T_n, вообще говоря, нельзя. Но без этого невозможно говорить и о решении обратной задачи в рамках такой модели. Чтобы обойти эту трудность, как правило, используется не глобальное, а локальное описание поля T_n в окрестности каждой точки, где оно определено. В этой окрестности T_n может быть задано сравнительно небольшим количеством параметров, что позволяет выбрать локальную глубинную модель среды, заведомо обеспечивающую выполнение требования близости расчетного и наблюденного полей данных. Одновременно определяется оператор преобразования совокупности локальных моделей поля данных T_n в глобальную модель. Например, на каждой отражающей границе, полученной в рамках локальной модели, выбираются точки, принадлежащие еще и нормальному к этой границе лучу, и все эти точки сглаживаются (или интерполируются) некоторой кривой, которая и является глобальной отражающей границей. Таким образом, правильность построения отражающей границы определяется точностью нахождения ее локальных элементов, и поэтому исследование способов решения обратной задачи сводится к изучению их свойств в рамках локальной модели M. Отметим, что решение обратной задачи в модели M можно трактовать как применение метода квазирешений [2].

Приведем примеры, иллюстрирующие введенные понятия.

Пример 1. Поле данных $T_n = T_1$ (одна отражающая граница) определено в точке $x = 0$ и задано значениями $t_0(0)$ и $v_{\text{ОГТ}}(0)$. Пусть $\{f(x)\} = \{kx + b\}$; $\{v(x, z)\} = \text{const}$ и, кроме того, определены ε и δ, такие, что $t_0 + \varepsilon$ и $v_{\text{ОГТ}} + \delta$ считаются близкими к $t_0(0)$ и $v_{\text{ОГТ}}(0)$.

Реализациями модели M выбранного поля данных являются "однослойные среды" с постоянной скоростью v_1 ($0 < v_1 < v_{\text{ОГТ}} + \delta$) и отражающей границей

$$h_1(x) = 0{,}5(t_0 + \varepsilon)(v_{\text{ОГТ}} + \delta) \pm \left[\left(\frac{v_{\text{ОГТ}} + \delta}{v_1}\right)^2 - 1\right]^{1/2} x.$$

Даже при $\varepsilon = \delta = 0$ модель M содержит бесконечно много границ и среди них (при $v_1 = v_{\text{ОГТ}}/\sqrt{2}$) ортогональные, т. е. заведомо "далекие".

Пример 2. Условия те же, что и в примере 1, за исключением множества $\{f(x)\}$, которое зададим в виде $\{f(x)\} = \text{const}$.

Модель M: отражающие границы $h_1(x) = 0{,}5(t_0 + \varepsilon) \times (v_{\text{ОГТ}} + \delta)$ при скорости в слое $v_1 = v_{\text{ОГТ}} + \delta$.

Пример 3. Условия те же, что и в примере 1, но в точке $x = 0$ задано еще и значение $t_0'(0)$ вместе с допустимой погрешностью γ.

Модель M: отражающие границы

$$h_1 = 0{,}5(t_0 + \varepsilon)(v_{\text{ОГТ}} + \delta) + 0{,}5(t_0' + \gamma)(v_{\text{ОГТ}} + \delta)\,x,$$

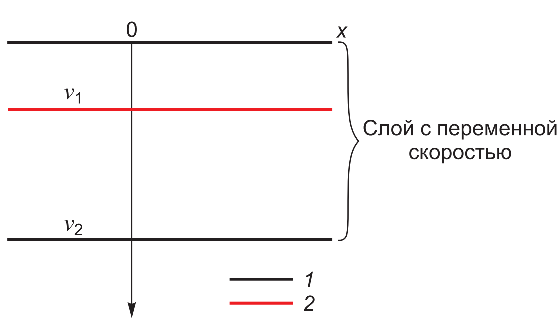
скорости в слое

$$v_1 = \left[0{,}25(t_0' + \gamma)^2 + (v_{\text{ОГТ}} + \delta)\right]^{-1/2}.$$

В двух последних примерах при достаточно малых значениях ε, δ и γ каждая из моделей M содержит только близкие реализации. Отметим, что если в примере 3 множество $\{f(x)\}$ выбрать в виде $\{f(x)\} = \text{const}$, то при достаточно больших значениях $t_0(0)$ такая модель вообще не является глубинной моделью заданного поля данных T_n (поскольку нельзя удовлетворить требованию 3 определения модели M).

КОРРЕКТНОСТЬ ОБРАТНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Будем говорить, что частная задача некорректна в модели M, если M содержит реализации с значимо отличающимися $h_i(x)$ (хотя бы при одном i).



Модель среды.

Граница: *1* – отражающая, *2* – преломляющая.

Пример 1 демонстрирует модель, в которой обратная задача некорректна, а примеры 2 и 3 – когда, наоборот, она корректна. При этом корректность в примере 2 достигнута путем сужения класса "допустимых сред", а в примере 3 – с помощью "более полного" поля исходных данных. Здесь, однако, дело обстоит так просто потому, что скорость в слое постоянна. Рассмотрим простейший пример, показывающий все те проблемы, которые возникают в обратной задаче в случае неоднородной среды.

Пример 4. Поле данных $T_n = T_1$ определено на дискретном множестве точек $\{x_k\}$ и в каждой из них задано значениями $t_0(x_k) = t_0 = \text{const}$, $t_0'(x_k) = 0$, $v_{\text{ОГТ}}(x_k) = v_{\text{ОГТ}} = \text{const}$, $v_{\text{ОГТ}}'(x_k) = 0$. Пусть $\{f(x)\} = \{kx + b\}$, а множество допустимых в рассматриваемом слое скоростей $\{v(x, z)\}$ задано следующим описанием: "переменные скорости, которые имеют место в двухслойной среде с линейными границами и постоянными скоростями v_1 и v_2 соответственно в первом и во втором пласте" (см. рисунок).

Таким образом, в качестве глубинной модели заданного поля данных T_1 рассматривается среда с одной отражающей границей, скорость выше которой переменна, причем ее изменчивость вызвана тем, что не учтена ("пропущена" при формировании поля данных) одна преломляющая граница.

Численные расчеты показывают, что при $t_0 = 2$ с и $v_{\text{ОГТ}} = 3{,}03$ км/с реализациями модели M предложенного поля данных являются:

а) однородная среда со скоростью в слое $v = 3{,}03$ км/с и горизонтальной отражающей границей на глубине 3,03 км;

б) среда с горизонтальной отражающей границей, расположенной на глубине 2,785 км, и переменной скоростью в слое выше нее, задаваемой горизонтальной преломляющей границей на глубине 1,525 км и скоростями $v_1 = 2{,}1$ км/с и $v_2 = 4{,}6$ км/с выше и ниже нее.

Таким образом, рассматриваемая модель поля данных T_1 содержит две реализации, в которых отражающие границы сдвинуты относительно друг друга на 250 м (хотя и имеют одинаковый угол наклона). Если считать такую разницу значимой, то обратная задача в выбранной модели некорректна. Пусть теперь в примере 4 дополнительно задано, что годографы ОГТ гиперболичны и, значит, T_1 представляет собой поле времен ("закодированное" значениями t_0, t_0' и $v_{\text{ОГТ}}$). Реализация (*а*) модели M тождественно отображается в это поле времен, а годографы ОГТ в реализации (*б*) при максимальном разносе 2,3 км отклоняются от гиперболы $(4 + l^2/3{,}03^2)^{1/2}$ на величину порядка 0,5 мс. Следовательно, поля времен, соответствующие этим двум реализациям, близки к наблюденному, т. е. задача остается некорректной и в этом случае. Единственная возможность сделать ее корректной состоит в сужении модели M путем надлежащего выбора множества $\{v(x, z)\}$, например, исходя из имеющейся априорной информации. Очевидно, что если положить $\{v(x, z)\} = \{v = \text{const}\}$, то цель будет достигнута. Можно ли добиться того же в предположении, что скорость в слое выше отражающей границы переменна? Обычными рассуждениями, основанными на непрерывной зависимости решения прямой кинематической задачи от параметров, на этот вопрос можно сразу дать положительный ответ.

Однако для выяснения практической возможности построения модели M, в которой обратная задача корректна, обратимся вновь к примеру 4. Можно доказать, что реализации глубинной модели рассматриваемого в нем поля данных T_1 содержат только горизонтальные отражающую и преломляющую границы. В таком случае верны соотношения

$$0,5t_0 = h_1/v_1 + h_2/v_2,$$

$$0,5t_0 v_e^2 = h_1 v_1 + h_2 v_2.$$

Здесь v_e – предельная эффективная скорость; h_1 и h_2 – мощности слоев над и под преломляющей границей и, таким образом; $h_1 + h_2$ – глубина залегания отражающей границы. Из приведенных выше уравнений следует, что

$$h_1 = 0,5t_0 v_1 \frac{v_2^2 - v_e^2}{v_2^2 - v_1^2}, \quad h_2 = 0,5t_0 v_2 \frac{v_e^2 - v_1^2}{v_2^2 - v_1^2}$$

и, значит, $h_1 + h_2 = 0,5t_0 \dfrac{v_1 v_2 + v_e^2}{v_1 + v_2}$.

В силу известной возможности переставлять слои в горизонтально-слоистой среде без изменения поля времен прихода волн, отраженных от последней границы, можно считать, что $v_2 \ge v_1$. Тогда из $h_1 > 0$ следует, что $v_2 > v_e$, а из $h_2 > 0$ – что $v_1 < v_e$. Положим $v_1 = v_e - \varepsilon$, $v_2 = v_e + \delta$ $(\varepsilon,\delta > 0)$.
Тогда

$$h_1 + h_2 = 0,5t_0 v_e - 0,5t_0 \frac{\varepsilon\delta}{2v_e + \delta - \varepsilon}.$$

Обозначим $\varepsilon + \delta$ через r. Тогда $\max(\varepsilon\delta) = 0,25r^2$, и поскольку $\varepsilon + \delta = v_2 - v_1$, то окончательно получим оценку

$$0,5t_0 v_e - 0,0625t_0 \frac{(v_2 - v_1)^2}{v_e} \le h_1 + h_2 \le 0,5t_0 v_e.$$

Эти неравенства интерпретируются следующим образом. Пусть из априорных данных известно, что среда выше отражающей границы может быть “двухслойной”, но тогда скачок скоростей не превышает определенной величины. Если модель M построена с учетом этого факта, то, возможно, отражающие границы во всех реализациях модели близки между собой. Так, в рассматриваемом численном примере при $v_2 - v_1 \le 1$ км/с величина $h_1 + h_2$ изменяется не более чем на $0,0625 \cdot 2 \cdot 1/3 \approx 0,04$ км. Иными словами, существуют ситуации, когда модель M содержит неоднородный слой, но ограничения, позволяющие сделать обратную задачу корректной в ней, задаются на основании вполне доступной априорной информации. Однако дело может обстоять и иначе. Возьмем, например, среду, описанную в пункте *б* примера 4. Существуют такие μ и ν, что при $v_1 = 2,1 + \mu$ км/с и $v_2 = 4,6 + \nu$ км/с соответствующие отражающие границы близки к глубине 2,785 км, т. е. при надлежащем описании множества $\{v(x, z)\}$ получится модель, в которой обратная задача корректна. Однако для построения такой модели априори требуется знать уже не оценку скачка скоростей $|v_1 - v_2|$, а довольно точно сами эти скорости. Тогда по смыслу корректности обратной задачи отражающая граница может быть найдена прямо по априорным данным путем пересчета в глубину линии $t_0(x)$. Таким образом, доступная априорная информация позволяет построить не любую модель M, в которой обратная задача корректна; в некоторых случаях описание модели должно быть настолько “подробным”, что если имеются необходимые для этого априорные данные, то обратная задача уже не имеет смысла.

СТРУКТУРНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Корректность обратной задачи является необходимым условием для того, чтобы ее решение можно было использовать на практике. В противном случае всегда имеется опасность, что небольшие ошибки в исходных данных приведут к существенным погрешностям при построении границ. Однако этого условия недостаточно. Как уже отмечалось, корректность обратной задачи достигается тем, что в модель M вводятся соответствующие ограничения, т. е. она в достаточной мере сужается выбором класса функций $\{f\}$ и $\{v\}$. Но при этом может нарушиться адекватность модели и реальной среды. Обычно в каждом конкретном районе имеются общие представления о глубинном строении среды (порядках и скачках скоростей, возможных наклонах и кривизнах границ, амплитудах и размерах структур и т. п.). Модели, удовлетворяющие этим представлениям (и, разумеется, различные в разных условиях), будем называть в дальнейшем допустимыми. Если для решения обратной задачи выбрана сравнительно простая глубинная модель среды, то необходимо, чтобы фактически полученное решение было близко к решению в более сложной (но допустимой) модели, тогда можно рассчитывать и на близость найденной и “истинной” границ. Другими словами, разумное расширение модели M не должно существенно влиять на результат решения обратной задачи. Это естественное требование устойчивости решения не только по исходным данным, но и “по модели” мы сформулируем следующим образом.

Обратная задача в модели M называется структурно неустойчивой, если существует допустимая модель M_1, такая, что M и M_1 содержат значимо отличающиеся реализации.

При этом модель M_1 является глубинной моделью того же, что и M, поля данных T_n и включает границы $h_i^{(1)} \in \{\varphi(x)\}$ и пластовые скорости $v_i^{(1)} \in \{w(x, z)\}$.

Как и прежде, множества $\{\varphi(x)\}$ и $\{w(x, z)\}$ позволяют рассматривать модели той общности, которая необходима. Очевидно, что если обратная задача в модели M некорректна, то она и структурно неустойчива “в себе” (т. е. при $M_1 = M$). Поэтому при исследовании обратной задачи в модели M на структурную устойчивость мы будем всегда предполагать, что она корректна.

Если модель M_1 такова, что $\{f(x)\} \le \{\varphi(x)\}$, а $\{v(x, z)\} \le \{w(x, z)\}$, то это означает, что она включает модель M (или M является частным случаем M_1). В таком случае структурная неустойчивость обратной задачи в модели M эквивалентна некорректности обратной задачи в модели M_1.

Решение обратной задачи в некоторой модели M имеет практическое значение, только если оно структурно устойчиво. Действительно, тогда это решение слабо зависит как от ошибок в наблюдениях, так и от возможных отличий реальной среды от выбранной модели. Ясно, что нужно искать самую простую модель M, допускающую структурно-устойчивое решение (т. е. такую, в которой наиболее легко может быть получено конструктивное решение обратной задачи), поскольку другие модели приведут только к усложнению алгоритма, а не к уточнению результата.

Рассмотрим с этих позиций пример 4. Пусть модель M – однородная среда с линейной отражающей границей, а модель M_1 – среда с линейной отражающей границей и скоростью в слое, определяющейся с помощью горизонтальной "преломляющей" границы с постоянными скоростями выше и ниже нее. Тогда результаты, приведенные в примере 4, можно трактовать как доказательство структурной неустойчивости обратной задачи в модели $\bar{M}$. Вместе с тем, если в качестве модели M_1 допустимо выбирать ту же среду, но с ограниченным скачком скоростей $|v_1 - v_2|$ (скажем, величиной 1 км/с), то обратная задача в модели M структурно устойчива. Этот факт полностью соответствует смыслу понятия структурной устойчивости: в одной и той же модели M обратная задача может быть структурно-устойчивой или неустойчивой в зависимости от того, насколько "более сложной" может быть реальная среда.

Проверка структурной устойчивости обратной задачи в некоторой модели M требует разработки специального аппарата, однако некоторые общие следствия могут быть получены непосредственно из введенных определений.

Как уже говорилось, обычно локальная модель M строится в предположении постоянства скоростей в слое, т. е. множество $\{v(x, z)\}$ задается в виде $\{v(x, z)\} = \{\mathrm{const}\}$ (эту модель принято называть эффективной). Предположим, что заданное поле данных таково, что локальная эффективная модель является его глубинной моделью. В примере 3 доказано, что если поле данных содержит t_0, t'_0 и $v_{\text{ОГТ}}$, то обратная задача в эффективной модели M корректна (к приведенному в этом примере результату достаточно только добавить известный факт, заключающийся в слабой зависимости величины $v_{\text{ОГТ}}$ от кривизны отражающей границы [1]). Одновременно пример 4 показывает, что решение в рамках эффективной модели, вообще говоря, структурно неустойчиво. Действительно, среда, описанная в пункте *а* этого примера, как раз и является решением обратной задачи в эффективной модели, причем оно структурно неустойчиво, если допустима модель M_1, представленная в пункте *б*.

Таким образом, возможны ситуации, когда неоднородность слоя делает неприемлемым результат решения обратной задачи в рамках эффективной модели. Спрашивается, можно ли расширить ее так, чтобы избавиться от структурной неустойчивости? Прежде всего, в примере 4 показано, что этого нельзя достигнуть за счет расширения поля исходных данных (даже взяв в качестве него поле времен).

Далее непосредственно из приведенных выше определений вытекает следующее утверждение: если обратная задача в модели M структурно неустойчива, а $\bar{M}$ – любая глубинная модель этого же поля данных, такая, что $\bar{M} \supseteq M$, то обратная задача в модели $\bar{M}$ структурно неустойчива.

Действительно, по условию существует допустимая модель M_1 и такие реализации M и M_1 (назовем их m и m_1 соответственно), что m и m_1 далеки друг от друга. Так как $\bar{M} \supseteq M$, то $m \in \bar{M}$, т. е. модели $\bar{M}$ и M_1 содержат далекие реализации m и m_1. Следовательно, обратная задача в модели $\bar{M}$ структурно неустойчива. Это утверждение остается верным и если $\bar{M} \supseteq M_1$.

Применительно к проблеме расширения эффективной модели M доказанный результат означает, что если множество $\{v(x, z)\}$ задается с помощью каких-либо функций, но при этом содержит еще и константы, то решение обратной задачи в полученной модели M структурно неустойчиво всякий раз, когда таковым является решение в M. Отметим, что именно так обстоит дело, когда, например, при решении обратной задачи выбирается более общая, чем эффективная модель с линейным изменением скорости вдоль профиля (т. е. считается, что $\{v(x, z)\} = \{v_0 + \alpha x\}$).

Итак, если искомая модель $\bar{M}$, "улучшающая" эффективную модель M, и существует, она заведомо не должна содержать M и M_1. Это не единственное ограничение на модель $\bar{M}$. Предположим, что близкими считаются реализации моделей, расстояние ρ между которыми меньше некоторого ε. Пусть модель M не только структурно неустойчива, но и существуют реализации m и m_1 ($m \in M$, $m_1 \in M_1$, причем M_1 – допустимая модель) такие, что $\rho(m, m_1) > 2\varepsilon$. Тогда, рассуждая так же, как и в случае $\bar{M} \supseteq M$, и учитывая, что модели M и M_1 по условию являются допустимыми, получим, что модели, в которой обратная задача структурно устойчива, не существует. Поэтому изменение эффективной модели M для получения структурно-устойчивого решения в принципе возможно лишь тогда, когда погрешность решения в рамках этой модели не слишком велика (меньше 2ε).

В результате можно сказать, что если поле исходных данных позволяет применить эффективную модель слоя, то именно в ней и нужно решать обратную задачу, так как получаемое решение корректно, конструктивно просто, а имеющее место свойство структурной неустойчивости неустранимо переходом к более сложным моделям среды.

Наконец, остается еще случай, когда поле исходных данных таково, что эффективная модель вообще не является его глубинной моделью (например, значимо отличается от нуля величина $v'_{\text{ОГТ}}$) и тогда учет изменчивости скорости в слое представляется необходимым. Можно показать, однако, что все перечисленные выше проблемы (некорректность обратной задачи, структурная неустойчивость решения) остаются и даже усугубляются с ростом сложности модели M.

ВЫВОДЫ

1. Решение обратной кинематической задачи сейсморазведки по данным, соответствующим наперед выбранным отражающим границам, может обладать свойством структурной неустойчивости. В таком случае усложнение глубинной модели среды, в рамках которой решается задача, не делает ее структурно-устойчивой.

2. Наличие этого свойства делает важной постановку новой задачи: идентификации слоя, т. е. проверки в ходе решения адекватности реальной среды выбранной глубинной модели.

3. Дополнительные возможности повышения точности глубинных построений в случае структурной неустойчивости обратной задачи дает обращение к той информации на исходных сейсмограммах, которая характеризует неоднородность выделенных слоев.

Литература

1. **Гольдин С.В.** Интерпретация данных сейсмического метода отраженных волн. М.: Недра, 1979. 344 с.

2. **Иванов В.К.** О некорректно поставленных задачах // Мат. сб. 1963. Т. 61, № 2. С. 211–223.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

ГЛОГОВСКИЙ Владимир Маркович (1937–2008) – доктор физико-математических наук, в последние годы жизни занимал должность директора по науке ООО “Геотехсистем”.