



О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ МЕТОДОВ МУЛЬТИФОКУСИНГА И ОБЩЕЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ.

Часть 1. ИДЕОЛОГИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ

АННОТАЦИЯ. Рассматривается в рамках задачи аппроксимации двумерного поля времён получение формул суммирования в методах мультифокусинга (MF) и общей отражающей поверхности (CRS). Дан традиционный вывод формулы суммирования CRS на основе разложения в ряд Тейлора. Перевыведена формула суммирования в мультифокусинге на основе геометрического подхода. Доказано, что, как и в методе CRS для неоднородных сред с гладкими границами раздела, формула суммирования в MF является аппроксимацией поля времён второго порядка точности в окрестности точки накопления. Устранена имеющая место ошибка при общепринятом способе вывода формулы суммирования в MF с использованием волновых фронтов падающих и отражённых лучей. Приведён корректный способ задания этих волновых фронтов. Сделан вывод, что аппроксимационный характер формул суммирования и предельный характер истинных значений подбираемых кинематических параметров не позволяют для произвольной среды получить оценки точности определения параметров, величины допустимых выносов, кратности суммирования в методах MF и CRS в процессе накопления.

ВВЕДЕНИЕ. В настоящее время общепризнано, что конечная цель обработки сейсмических данных заключается в получении изображения исследуемой среды. Как известно, методы, которые позволяют достичь эту цель, объединяются под общим названием глубинной или временной миграции и представлены разными модификациями. Их реализация на практике наталкивается на одну принципиальную трудность - необходимость иметь априорную макроскоростную модель среды. До сих пор наиболее распространено построение предварительной скоростной модели среды в ходе получения временных разрезов с использованием метода общей глубинной точки (ОГТ). Но в силу недостатков, присущих этому методу, в сложных геологических условиях он даёт возможность получить только некие скоростные параметры накопления, которые могут быть очень далеки от каких-либо реальных скоростных характеристик среды [2]. Хорошо известен, но менее распространён альтер-

ABSTRACT. Here we investigate development of stacking formula for common reflection surface (CRS) and multifocusing (MF) methods in the context of approximation of two dimensional time field. In such manner we are presenting here traditional deviation of stacking formula CRS on the basis of expansion in Taylor series. We newly developed formula for MF through the geometrical approach. Here proven the fact that stacking formula for MF in case of media with smooth interface is an approximation of time field with second order of accuracy in close proximity of stacking point and the same truth for CRS as well. Here we introduce error correction for MF stacking formula that generally developed through incident and reflected wave fronts. Correct method of determination of wave front for pair of source and receiver is presented here. We resumed here that approximation character of stacking formula for MF & CRS not allows to apprise accuracy of kinetic parameters (α , R_{NIP} , R_N) and rates of fold and offset as well.

нативный способ построения временных разрезов, так называемый метод параметрической развертки отражений (ПРО) [2, 3, 4]. Он лишён многих недостатков метода ОГТ, а главное, позволяет получать адекватные скоростные распределения в сложных средах [1].

В течение последних лет активно внедряются ещё два новых способа построения временных разрезов, призванных решить проблему построения скоростной модели среды. Это метод мультифокусинга и метод общей отражающей поверхности. Они уже привлекли внимание целого ряда нефтяных компаний в России. В частности, метод мультифокусинга в своём технологическом варианте, представленном компанией "Геомэйдж" (*Geomage*), предложен в качестве основного способа обработки 3D-данных для опробования в Западной Сибири.

Тем не менее, насколько нам известно, нет ни одной сколько-нибудь значительной публикации на русском языке, посвящённой этим двум методам. В силу

этого факта мы будем вынуждены в дальнейшем пользоваться не русскоязычной аббревиатурой для названий этих методов, а общепринятой англоязычной: для метода *мультифокусинга* (*multifocusing*) - сокращенно *MF*, для *метода общей отражающей поверхности* (*common reflection surface*) - сокращенно *CRS* (*цэ-эр-эс*). Обширные публикации, посвящённые этим двум методам, собраны в малодоступном издании университета в Карлсруэ “Журнал прикладной геофизики”, некоторые из них цитируются в данной работе [8, 9, 10]. Немало публикаций по методу *CRS* разбросано по более доступным англоязычным журналам, например [12, 13, 16]. Недавно появились обширные экскурсии по методу мультифокусинга и методу *CRS* в рамках образовательного курса *EAGE* [14, 15].

Ввиду практического интереса, проявленного к этим разработкам, желательнее более тесное знакомство с ними широкого читателя. Необходимо также понимание того, с чем связаны те преимущества, которыми, как утверждается в целом ряде работ, они обладают по сравнению с другими способами обработки сейсмических данных. И в первую очередь речь идёт о тех преимуществах, которые методы мультифокусинга и общей отражающей поверхности призваны иметь по сравнению со способом *ОГТ*. Считается [14], что они позволяют преодолеть главные недостатки метода *ОГТ* (*СМР*), а именно:

- аппроксимацию задержек в *ОГТ* только для малых выносов (как следствие негиперболичности времён прихода);
- низкое отношение сигнал/помеха, при котором получаемый сигнал не выделяется на фоне когерентного шума;
- зависимость скоростного параметра $V_{\text{ОГТ}}$ от угла наклона отражателя;
- амплитудные и фазовые разрушения из-за вводимой преобразованием *ОГТ* растяжки.

Кроме того, утверждается [14], что в процессе накопления методы *MF* и *CRS* позволяют определять скорости, близкие к среднеквадратичной. Это наиболее привлекательное преимущество, поскольку именно оно позволяет говорить о возможности построения скоростной модели в рамках этих методов.

Единственный недостаток, казалось бы, состоит в необходимости для этих методов предварительно знать скорость вблизи поверхности наблюдения. Хотя в условиях скоростной неоднородности *ВЧР* и сложного рельефа определение скорости вблизи поверхности наблюдения является сложной задачей, но в методах *MF* и *CRS* она выносится за рамки рассмотрения. Просто считается, что скорость *ВЧР* заранее известна, и вопрос о влиянии ошибок при её определении на результаты обработки в рамках самих методов не обсуждается.

Даже при согласии с такой постановкой возникают вопросы, ответа на которые нет ни в одной из цитируемых работ. А именно, какие из вышеперечисленных преимуществ и в какой степени общности можно теоретически обосновать? Есть ли не только количественное, но и качественное отличие в подходе к суммированию в *MF* и *CRS* по сравнению с *ОГТ*? Необходимо

также понимание того, будут ли иметь место эти преимущества для сложных сред или уверенно о них можно говорить только в рамках достаточно простых с геологической точки зрения моделей?

Для ответа на эти вопросы надо понять идеологию и теорию, которые лежат в основе методов *MF* и *CRS*. С нашей точки зрения, имеющиеся изложения идеологических и теоретических основ этих методов недостаточно вняты и перегружены математическим формализмом. Поэтому в первой части работы предлагается общая постановка задачи, основанная на хорошо известном понятии поля времён, которая позволяет дать прозрачную идеологическую мотивацию обоим методам. В её рамках демонстрируется вывод формулы суммирования в *CRS* с использованием традиционного для этого метода разложения в ряд Тейлора. Вывод дан для двумерного случая с минимальным использованием математического аппарата. Что касается метода мультифокусинга, то имеющееся в работах [8, 9] изложение его теории не только весьма громоздко, но и не лишено некоторых ошибок. Использование этой теории в данной работе имеет место только в том объёме, который необходим для анализа и исправления этих ошибок. Хотя они и не влияют на окончательный результат, но требуют существенной коррекции в понимании связи между суммированием и волновыми фронтами. Сама же формула суммирования в мультифокусинге перевыведена на основе простого геометрического подхода.

В силу того, что характер накапливания в методах мультифокусинга и общей отражающей поверхности принципиально изменяется по сравнению со способом *ОГТ*, возникают новые проблемы при формировании временных разрезов. Они не были замечены ранее, и их рассмотрение будет дано во второй части работы. Там же будут проанализированы те трудности, которые могут возникать при определении скоростей в сложных средах по сравнению с идеальной ситуацией однородной среды. Для понимания этого привлекаются некоторые модели горизонтально-неоднородных сред, на примере которых осуществляется оценка скорости, кратности и величины выносов в процессе накапливания.

ФОРМУЛА СУММИРОВАНИЯ: *CRS*

Идеологическая новизна методов мультифокусинга и общей отражающей поверхности состоит в том, что в них в процессе суммирования используется не одна симметричная выборка *ОГТ* источников и приёмников, а совокупности таких выборок. С кинематической точки зрения это означает, что “в одну точку” на плоскости временного разреза суммируются разные линейные годографы, которые в совокупности определяют поле времён [6]. К идее использовать вместо линейного годографа *ОГТ* двумерное поле времён можно прийти, анализируя механизм суммирования в методе *ОГТ*.

Метод *ОГТ* основан на суммировании сигналов, полученных для симметричной относительно точки

накапливания расстановки пар пунктов взрыва и пунктов приёма (ПВ и ПП в дальнейшем). Как известно, соответствующие парам ПВ и ПП точки отражения на границе смещены относительно исходной точки отражения, нормаль в которой выходит в точку накапливания (наблюдения). Исключением является только случай горизонтальной границы в однородной среде.

Такое смещение носит название миграционного сдвига или сейсмического сноса [6] и является недостатком метода ОГТ с точки зрения возможности реализовать идею общей точки отражения. Однако, если отказаться от требования суммировать сигналы, относящиеся к общей точке отражения, то миграционный сдвиг можно использовать для увеличения кратности накапливания. Для этого при суммировании надо использовать не только симметрично расположенные ПВ и ПП, но и любые пары ПВ и ПП с миграционным сдвигом. Эта идея расширенного суммирования требует рассмотрения времён пробега лучей в среде для всех пар ПВ и ПП, т. е. двумерного поля времён. Но если среда неизвестна, то аналитическое выражение такого поля получить невозможно. А для суммирования нужна формула, выражающая поле времён в условиях неизвестного строения исследуемой среды.

Поэтому в обоих методах главная задача состоит в выводе приближённых формул для поля времён, записанных через какие-то физически содержательные параметры (подобно $v_{\text{ОГТ}}$ в методе ОГТ). В методе CRS такая формула получается с использованием разложения в ряд Тейлора [10, 16], в методе мультифокусинга её вывод менее прозрачен. Вначале покажем, как выводится формула суммирования в методе общей отражающей поверхности.

Пусть x_0 - координата точки накапливания на линии наблюдения; x_s, x_r - координаты источника и приёмника, соответственно; d - расстояние от средней точки до точки накапливания, $d = \frac{x_s + x_r}{2} - x_0$; h - половина расстояния между источником и приёмником, $h = \frac{x_r - x_s}{2}$.

Для фиксированной точки x_0 поле времён является функцией, зависящей только от d и h . Поэтому суммарное время пробега t вдоль падающего и отражённого лучей, определяемых парой (x_s, x_r) координат источника и приёмника, обозначим через $t(d, h)$. При этом $t(0, 0) = t_0$, где t_0 - двойное время пробега вдоль нормального луча, выходящего в точку с координатой x_0 . Применим стандартный приём: учтём только члены не выше второго порядка при разложении в ряд Тейлора поля времён, считая источники и приёмники находящимися вблизи точки наблюдения. В результате получим следующее выражение

$$t^2(d, h) = t_0^2 + \frac{\partial t^2}{\partial h}(0, 0)h + \frac{\partial t^2}{\partial d}(0, 0)d + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t^2}{\partial h^2}(0, 0)h^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t^2}{\partial d^2}(0, 0)d^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t^2}{\partial h \partial d}(0, 0)hd. \quad (1)$$

Попытаемся его использовать для получения формулы суммирования. Будем рассматривать среды с произвольными криволинейными границами раздела и считать, что нам известна скорость v_1 вблизи линии наблюдения. В этих средах имеет место закон Бенндорфа [3]

$$\frac{\partial t}{\partial d}(0, 0) = 2 \frac{\sin(\alpha)}{v_1}, \quad (2)$$

где α - угол выхода нормального луча по отношению к линии наблюдения.

Для фиксированного d в силу симметрии годографа ОГТ имеем

$$\frac{\partial t}{\partial h}(0, d) = 0, \quad (3)$$

следовательно,

$$\frac{\partial^2 t}{\partial h \partial d}(0, 0) = 0. \quad (4)$$

Теперь осталось выразить оставшиеся вторые производные через какие-то характеристики среды. Основа для этого заложена в работе Хубрала [12]. Он использовал тот факт, что времена прихода, фиксируемые в результате распространения некоторого волнового фронта, вблизи точки наблюдения могут быть выражены через кривизну этого фронта [11]. Формула, дающая аппроксимацию второго порядка точности времени прихода волнового фронта в близлежащие точки, имеет вид

$$t(x) = t(x_0) + \frac{\sin(\alpha)}{v_1} \delta x + K \frac{\cos^2(\alpha)}{2v_1} (\delta x)^2, \quad (5)$$

где x_0 - координата точки наблюдения; x - координата близлежащей точки на линии наблюдения; $\delta x = x - x_0$; α - угол прихода волнового фронта в точку наблюдения; K - кривизна волнового фронта в этой точке; v_1 - постоянная скорость в поверхностном слое. Формула (5) верна для сред с произвольными криволинейными границами раздела и выводится из уравнения эйконала.

Ценность аппроксимации (5) состоит в том, что она связывает вторые производные с кривизнами соответствующих фронтов очевидным образом

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}(x_0) = K \frac{\cos^2(\alpha)}{v_1}. \quad (6)$$

Осталось понять, с кривизнами каких волновых фронтов связаны вторые производные в выражении (1).

Если бы источник был один, то речь могла бы идти только об одном волновом фронте, который в результате отражения, дифракции или рассеяния приходит из источника на линию наблюдения. Он ортогонален лучам, приходящим к приёмникам из выборки ОПВ (общего пикета взрыва). В системе многократных наблюдений можно рассмотреть и другие выборки пар ПВ и ПП, например, ОГТ, ОПП, ОТО (общей точки отражения). Каждая из них определяет свою совокупность

лучей, приходящих в приёмники, а значит, и ортогональные этим лучам волновые фронты. Движущиеся фронты определяют соответствующие взятым выборкам волны. Их следует называть гипотетическими, так как они являются мысленными конструкциями. Например, фиктивный фронт ОГТ рассматривался в [7].

Идея П. Хубрала состоит в том, чтобы среди множества гипотетических волновых фронтов выделить два базисных волновых фронта. Базисность означает то, что кривизна любого фронта является линейной комбинацией кривизн базисных фронтов. В работе [12] в качестве базисных фронтов берутся так называемые NIP-волна и N-волна (рис. 1). NIP-точка лежит в основании нормали, выходящей в точку наблюдения, NIP-волна определяется волновыми фронтами, ортогональными ко всем лучам, исходящим из NIP- точки. Кривизна этой волны в точке наблюдения x_0 обозначается через K_{NIP} , радиус кривизны - R_{NIP} . N-волна определяется фронтами, ортогональными к восходящим лучам, которые являются нормальными к поверхности отражения. Кривизна N-волны в точке x_0 обозначается через K_N , радиус кривизны через R_N . В однородной среде $R_{NIP} = \frac{v_1 t_0}{2}$, $R_N = R_{NIP} + r$, где r - радиус кривизны отражающей границы в NIP-точке.

Как связано поле времен с NIP-волной и N-волной? Ясно, что $t(d, 0)$ - это удвоенное время прихода N-волны в точку наблюдения, смещённую по отношению к x_0 на расстояние d . Согласно (6) получаем, что

$$\frac{\partial^2 t}{\partial d^2}(0,0) = 2K_N \frac{\cos^2(\alpha)}{v_1}. \quad (7)$$

Для получения аналогичной (7) формулы с K_{NIP} надо, чтобы время $t(0, h)$ представляло собой суммарное время пробега вдоль двух лучей, один из которых соединяет NIP-точку с источником, а другой с симметрично расположенным относительно точки наблюдения x_0 приёмником. На самом деле $t(0, h)$ - это суммарное время пробега вдоль падающего и отражённого лучей для точки отражения, в общем случае смещённой относительно NIP-точки. Один из основных результатов работы [12] состоит в том, что на уровне аппроксимации второго порядка точности этим смещением можно пренебречь и считать, что время $t(0, h)$ на годографе ОГТ совпадает с суммой времён прихода NIP-волны в симметрично расположенные точки. Иными словами, кривизны фронтов ОГТ-волны и NIP-волны совпадают. Согласно (6) получаем, что

$$\frac{\partial^2 t}{\partial h^2}(0,0) = 2K_{NIP} \frac{\cos^2(\alpha)}{v_1}. \quad (8)$$

Подставляя (2) - (4), (7), (8) в (1), после небольших преобразований получаем

$$t^2(d, h) = \left(t_0 + \frac{2d \sin \alpha}{v_1} \right)^2 + \frac{2t_0}{v_1} \cos^2(\alpha) \left(\frac{h^2}{R_{NIP}} + \frac{d^2}{R_N} \right). \quad (9)$$

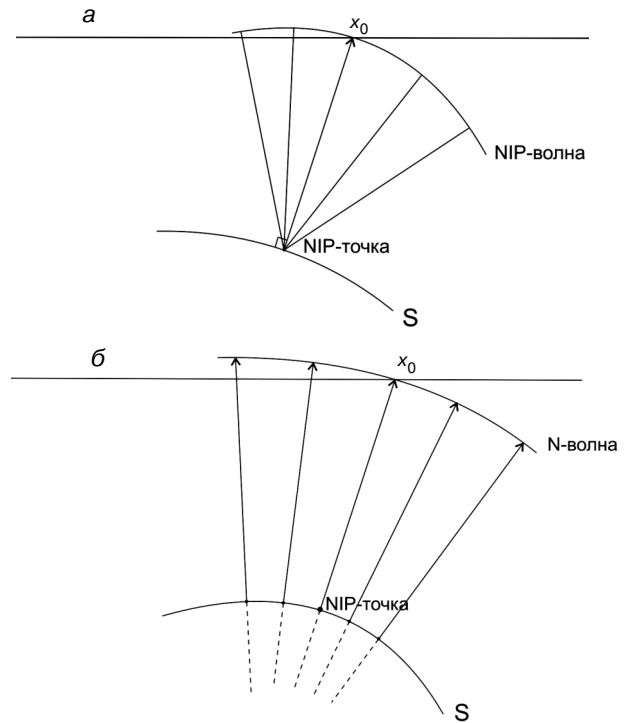


Рис. 1. NIP-волна (а) и N-волна (б)

Выражение (9) даёт аппроксимацию второго порядка точности поля времён в окрестности точки наблюдения x_0 . Для однородной среды $R_{NIP} = \frac{v_1 t_0}{2}$ и $v_{ОГТ} = \frac{v_1}{\cos(\alpha)}$, сечение $d = 0$ поля времён определяет годограф ОГТ и превращает (9) в формулу суммирования ОГТ. Поэтому выражение (9) можно рассматривать как обобщение преобразования ОГТ. Оно позволяет время t_0 соотнести с временами $t(d, h)$ для разнесённых источников и приёмников с координатами и $x_s = (x_0 + d) - h$, и $x_r = (x_0 + d) + h$. В методе общей отражающей поверхности оно рассматривается в качестве формулы суммирования.

Таким образом, по своему происхождению формула суммирования в методе CRS является аппроксимацией второго порядка точности, аналогично как это имеет место и в методе ОГТ. Нетрудно доказать, что только для прямолинейной отражающей границы в однородной среде она является точной.

ФОРМУЛА СУММИРОВАНИЯ: MF

При выводе формулы суммирования в методе мультифокусинга в основополагающих работах [8, 9] используются базисные волновые фронты в контексте динамической теории трассирования лучей. Это делает вывод очень громоздким, к тому же в некоторых доказательствах есть пробелы. Их нетрудно убрать без ущерба для конечных формул, но из-за этих пробелов объяснение некоторых понятий в MF неверно как в [8, 9], так и в работах [14, 15]. Подробнее об этих ошибках идёт речь ниже. Кроме того, для получения формулы суммирова-

ния используется идея замены произвольной неоднородной среды на однородную, что возможно только при соблюдении определённых требований к характеру распространения лучей в среде. При этом остаётся не ясным, сужает ли это класс сред, в которых эта формула имеет право на существование? Какова степень точности полученных формул? На эти вопросы в цитированных работах нет ответа.

Чтобы снять все эти вопросы, мы покажем, как формулу суммирования в методе мультифокусинга можно получить другим способом, исходя из простых геометрических соображений.

Прежде выведем формулу суммирования в МФ для модели прямолинейной границы в однородной среде. На рис. 2 прямолинейная граница обозначена через L , источник - S , приёмник - G , точка выхода нормального луча O - это одновременно и точка накопления. Угол наклона α границы на рис. 2 считается положительным в соответствии с положительным направлением поворота от оси z к нормали.

Ключевой момент вывода состоит в том, чтобы все пары ПВ и ПП рассортировать по некоторым выборкам и определять времена прихода для каждой из них отдельно. Принцип формирования выборок состоит в том, чтобы либо все падающие, либо все отражённые лучи пересекались в некоторой точке на нормали. На рис. 2 показан ход лучей для двух пар из выборки, для которой падающие лучи пересекаются в точке F_1 . Понятно, что все отражённые лучи также пересекаются в одной точке F_2 , лежащей на продолжении нормали и симметричной F_1 относительно отражающей границы. Обозначим через σ отношение длины нормали NO к длине отрезка NF_1

$$\sigma = \frac{|NO|}{|NF_1|}, \quad (10)$$

через l_1 (l_2) - расстояние от источника (приёмника) до точки накопления. В дальнейшем $|NO|$ заменим на R_{NIP} , соответственно $|NF_1| = R_{\text{NIP}}/\sigma$. Из элементарных геометрических соображений нетрудно вывести (см. приложение 1), что для всех пар из рассматриваемой выборки выносы l_1 и l_2 связаны следующим соотношением

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{l_2 - l_1 - 2 \frac{l_1 l_2 \sin(\alpha)}{R_{\text{NIP}}}}{l}, \quad (11)$$

где $l = l_1 + l_2$ - расстояние взрыв-прибор.

Если рассмотреть сопряжённую выборку пар ПВ и ПП, у которой все отражённые лучи пересекаются в точке F_1 , то соотношение (11) остаётся в силе, но σ при этом отрицательно и определяется как

$$\sigma = -\frac{|NO|}{|NF_1|}. \quad (12)$$

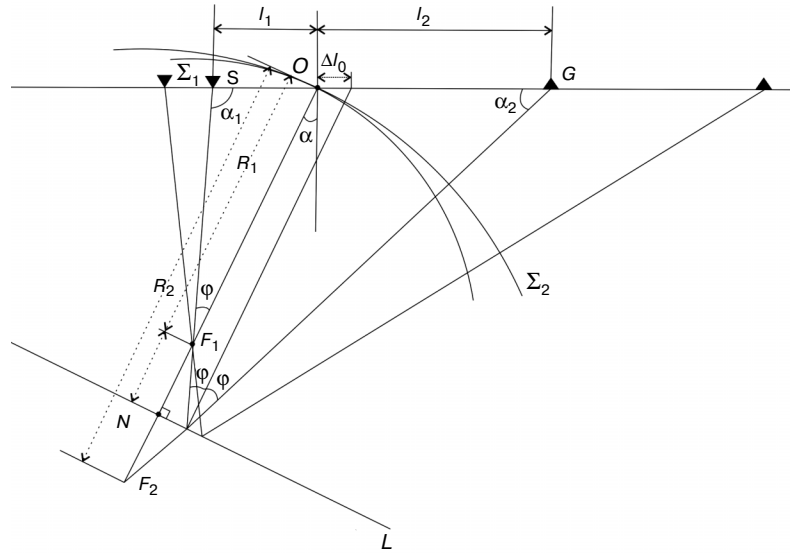


Рис. 2. Выборка пар ПВ и ПП для прямолинейной границы в однородной среде с точкой фокусировки падающих лучей на нормали

В обоих случаях, если F_1 находится на нормали, то $|\sigma| \geq 1$. Можно точку F_1 расположить на продолжении нормального луча выше точки O и определить σ согласно (10) или (12) в зависимости от того, падающие или отражённые лучи проходят через неё. Соотношение (11) остаётся верным, но $|\sigma| < 1$, и интервал взрыв-прибор не содержит точку накопления. Формально в МФ это допускается: в суммировании могут участвовать и такие пары ПВ и ПП, которые находятся по одну сторону от точки накопления.

Если $F_1 \rightarrow N$, то $\sigma \rightarrow \pm\infty$, поэтому значение $|\sigma| = \infty$ отвечает общей точке отражения (ОТО). Подставив его в (11), получим, что в однородной среде для выборки ОТО выносы l_1 и l_2 связаны следующим соотношением

$$\frac{l_1 l_2}{l_2 - l_1} = \frac{R_{\text{NIP}}}{2 \sin(\alpha)}. \quad (13)$$

Впервые аналитическая связь выносов в выборке ОТО была установлена в [4], а затем передоказана в [10].

Если соотношение (11) разрешить относительно l_1 и l_2 в зависимости от l , то получим два решения, различающиеся знаками при корнях. Нетрудно видеть, что одно из них даёт физически бессмысленные значения l_1 и l_2 . Чтобы получить правильное выражение l_1 и l_2 с заданным значением σ , надо для $\alpha > 0$ взять

$$\begin{cases} l_1 = \frac{(l + \frac{R_{\text{NIP}}}{\sin(\alpha)}) - \sqrt{(l + \frac{R_{\text{NIP}}}{\sin(\alpha)})^2 + 2 \frac{R_{\text{NIP}}}{\sin(\alpha)} l (\frac{1}{\sigma} - 1)}}{2} \\ l_2 = \frac{(l - \frac{R_{\text{NIP}}}{\sin(\alpha)}) + \sqrt{(l + \frac{R_{\text{NIP}}}{\sin(\alpha)})^2 + 2 \frac{R_{\text{NIP}}}{\sin(\alpha)} l (\frac{1}{\sigma} - 1)}}{2} \end{cases} \quad (14)$$

Для $\alpha < 0$ знаки перед корнем в (14) надо изменить на противоположные. Выражение (14) является более удобным, чем (11), для определения выборки ПВ и ПП с фиксированным значением σ , так как не содержит лишних решений.

Вернемся к рис. 2 и попытаемся найти время задержки Δt , т. е. разницы между суммарным временем пробега вдоль падающего и отражённого лучей и двойного времени пробега вдоль нормального луча. Его можно определить, узнав отдельно временную задержку для падающего луча $\Delta t_1 = (|SF_1| - |OF_1|)/v_1$ и для отражённого луча $\Delta t_2 = (|GF_2| - |OF_2|)/v_1$. Нетрудно видеть, что

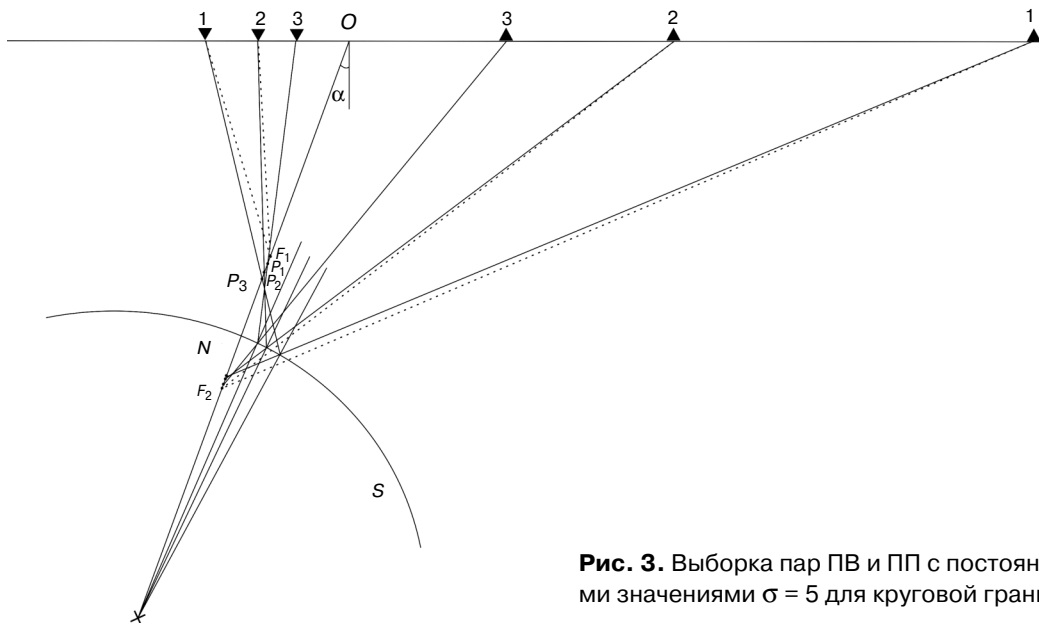
$$\Delta t = \begin{cases} \Delta t_1 + \Delta t_2, & \text{если } |\sigma| \geq 1 \\ \Delta t_1 - \Delta t_2, & \text{если } 0 < \sigma < 1 \\ \Delta t_2 - \Delta t_1, & \text{если } -1 < \sigma < 0. \end{cases} \quad (15)$$

Введем обозначения

$$R_1 = R_{\text{NIP}} - \frac{R_{\text{NIP}}}{\sigma}, \quad R_2 = R_{\text{NIP}} + \frac{R_{\text{NIP}}}{\sigma}. \quad (16)$$

Чтобы не загромождать изложение, рассмотрим только первый случай в (15), для которого $R_1 > 0$ и $R_2 > 0$. Он соответствует ситуации, когда точка накапливания находится в интервале взрыв-прибор. С учётом знака α найдем, используя теорему косинусов, суммарную задержку времени Δt

$$\Delta t = \frac{\sqrt{(R_1)^2 - 2\sin(\alpha)R_1l_1 + (l_1)^2} - R_1}{v_1} + \frac{\sqrt{(R_2)^2 + 2\sin(\alpha)R_2l_2 + (l_2)^2} - R_2}{v_1}. \quad (17)$$



Для каждой пары ПВ и ПП, определив согласно (11) свое значение σ , можно по формуле (17) вычислить задержку времени. Таким образом, идея рассортировать источники и приёмники по выборкам с фиксированным значением σ приводит для прямолинейной границы к точной формуле суммирования. Что даст реализация этой идеи для криволинейной границы?

На рис. 3 для границы S , являющейся частью окружности радиуса $r = 887$ м, рассмотрены три пары ПВ и ПП, связанные между собой соотношением (11), в котором $\sigma = 5$, $R_{\text{NIP}} = 930$ м, $\alpha = 20^\circ$, выносы $l = 500, 1200, 2500$ м. На рисунке показан геометрически точный ход лучей для каждой из трёх пар и соответствующих точек отражения. Видно, что падающие и отражённые лучи пересекают нормаль в разных точках. Значит, выборка пар с одним значением σ не приводит к фокусировке ни падающих, ни отражённых лучей для рассматриваемой границы. Зато точки пересечения с нормалью падающих и отражённых лучей по мере уменьшения интервала взрыв-прибор стремятся к некоторым предельным положениям F_1 и F_2 . В приложении 2 выведены соотношения для расстояний $R_1 = |OF_1|$ и $R_2 = |OF_2|$. С учётом того, что для круговой границы $R_N = R_{\text{NIP}} + r$, они имеют вид

$$R_1 = \frac{1 - (l/\sigma)}{\frac{1}{R_{\text{NIP}}} - \frac{1}{\sigma R_N}}, \quad R_2 = \frac{1 + (l/\sigma)}{\frac{1}{R_{\text{NIP}}} + \frac{1}{\sigma R_N}}. \quad (18)$$

Для плоской границы, когда $R_N = \infty$, выражения (18) переходят в (16). Таким образом, предельное положение точек пересечения лучей с нормалью заменяет собой отсутствующую для неплоской границы точку фокусировки.

Заменим истинные падающие (отражённые) лучи на лучи, которые соединяют источники (приёмники) с предельным положением F_1 (F_2) (см. рис. 3) и в формулу (17) подставим значения R_1 и R_2 из (18). Тогда эта

Рис. 3. Выборка пар ПВ и ПП с постоянными значениями $\sigma = 5$ для круговой границы

формула даст задержку времени для изменённого хода лучей, которая будет отличаться от задержки времени для истинных лучей. Чем меньше расстояние взрыв-прибор, тем это различие будет меньше. Значит, на формулу (17) можно смотреть как на приближённое выражение для определения задержки времени в случае круговой границы, с одной оговоркой. В случае плоской границы, для которой эта формула была получена, R_1 и R_2 могут быть только положительными. В случае вогнутой круговой границы её радиус кривизны $r < 0$, поэтому $R_{\text{NIP}} < R_{\text{N}}$. Значит, даже при накапливании в интервале взрыв-прибор R_1 или R_2 при соответствующих значениях $|\sigma| \geq 1$ становятся отрицательными. С учётом этого случая надо либо внести корректировку в формулу (17) в виде

$$\Delta t = \frac{\sqrt{(R_1)^2 - 2\sin(\alpha)R_1l_1 + (l_1)^2} - |R_1|}{v_1} + \frac{\sqrt{(R_2)^2 + 2\sin(\alpha)R_2l_2 + (l_2)^2} - |R_2|}{v_1}, \quad (17)$$

либо исключить из рассмотрения значения σ , которые при подстановке в (18) дают отрицательные R_1 или R_2 . Как будет показано во второй части работы, целесообразнее делать последнее.

Если известны $(\alpha, R_{\text{NIP}}, R_{\text{N}})$, то формулы (11), (17), (18) позволяют для любой пары ПВ и ПП, интервал взрыв-прибор которой содержит точку накапливания, вычислить задержку времени и преобразовать время t взятых ПВ и ПП во время t_0 совмещённых ПВ и ПП в точке накапливания

$$t_0 = t - \Delta t. \quad (19)$$

Поэтому не только для однородной, но и для любой среды, в которой кинематические параметры $(\alpha, R_{\text{NIP}}, R_{\text{N}})$ имеют смысл, эти формулы могут быть использованы для суммирования.

Соотношения (11), (17), (18) являются основными формулами суммирования в мультифокусинге. В статьях [8, 9] они выводятся для неоднородных сред в рамках общей теории. Использованный нами подход ограничивается рассмотрением однородной среды, но формально также приводит к общим формулам. Как мы видели, они не являются точными, за исключением плоских границ и точек дифракции, даже в однородной среде, тем более это остаётся в силе для неоднородных сред.

Но, если формула задержки времени в мультифокусинге для любой среды является приближённой, то её теоретическая ценность определяется характером и порядком приближения, которые она даёт априори. Общепринятый вывод формул в мультифокусинге в рамках общей теории предполагает замену произвольных волновых фронтов на сферические и замену криволинейных лучей на прямолинейные. Первое корректно только в бесконечно малой окрестности точки накапливания. Для корректности второго требуется такая

среда, чтобы для неё при замене криволинейных лучей на прямолинейные не изменялась бы разница времени пробега вдоль падающего (отражённого) луча и времени пробега вдоль нормального луча. В дополнение к этому соотношение (11) в рамках общей теории получается как аппроксимация первого порядка точности. Вывода о том, какого порядка приближение представляет собой в результате формула задержки времени в цитируемых работах нет.

На самом деле этот вывод получить довольно просто, используя тот факт, что формула суммирования в методе CRS является аппроксимацией второго порядка точности для неоднородных сред с гладкими границами раздела.

Покажем, что на уровне второго порядка точности обе формулы суммирования совпадают. Доказательство.

Для выносов l_1 и l_2 в MF получим асимптотику при $l \rightarrow 0$ с помощью разложения в ряд Тейлора соотношений (14)

$$l_1 \approx \frac{1}{2}l \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) - \frac{1}{4}l^2 \frac{\sin(\alpha)}{R_{\text{NIP}}} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right),$$

$$l_2 \approx \frac{1}{2}l \left(1 + \frac{1}{\sigma}\right) + \frac{1}{4}l^2 \frac{\sin(\alpha)}{R_{\text{NIP}}} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right). \quad (20)$$

Выражение (17) для задержки времени также разложим в ряд Тейлора до второго порядка включительно, что приведет к асимптотике

$$\Delta t_{\text{MF}} \approx (l_2 - l_1)\sin(\alpha) + \frac{\cos^2(\alpha)}{2} \left(\frac{l_1^2}{R_1} + \frac{l_2^2}{R_2}\right).$$

С учётом (18) и (20) она может быть приведена к виду

$$v_1 \Delta t_{\text{MF}} \approx \frac{l \sin(\alpha)}{\sigma} + \frac{l^2 \sin^2(\alpha)}{2 R_{\text{NIP}}} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right) + \frac{l^2 \cos^2(\alpha)}{4} \left(\frac{1}{R_{\text{NIP}}} + \frac{1}{R_{\text{N}} \sigma^2}\right). \quad (21)$$

С другой стороны, выразив t из формулы суммирования (9) в CRS, можно с помощью разложения получить асимптотику для разности $\Delta t_{\text{CRS}} = t - t_0$

$$v_1 \Delta t_{\text{CRS}} \approx 2\Delta \sin(\alpha) + \cos^2(\alpha) \left(\frac{d^2}{R_{\text{N}}} + \frac{h^2}{R_{\text{NIP}}}\right). \quad (22)$$

Поскольку $d = (l_2 - l_1)/2$, то Δ через l и σ с помощью (20) выражается с точностью второго порядка следующим образом

$$d \approx \frac{l}{2\sigma} + \frac{l^2 \sin(\alpha)}{4 R_{\text{NIP}}} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right). \quad (23)$$

Нетрудно проверить, что, подставив в (22) асимптотику d из (23) и взяв в полученном выражении члены до

второго порядка включительно, получим в точности асимптотику (21) для задержки Δt_{MF} .

Из доказанного следует, что, как и в методе CRS, формула суммирования в методе мультифокусинга даёт для поля времён аппроксимацию второго порядка точности для неоднородных сред с гладкими границами раздела.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МЕТОДА MF С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВЫХ ФРОНТОВ

Таким образом, все основные результаты в методе MF можно получить, используя только простые геометрические соотношения и разложение в ряд Тейлора. Единственное, что оказывается за рамками рассмотрения при таком простом подходе, - это интерпретация R_1 и R_2 из (18) как радиусов волновых фронтов. Для однородной среды и прямолинейной границы эта интерпретация очевидна. Величина R_1 (R_2) является радиусом кривизны в точке O для волнового фронта Σ_1 (Σ_2), ортогонального пучку лучей, исходящих из F_1 (F_2) (см. рис. 2). Развитый в работах [8, 9] общий подход, основанный на результатах динамической теории трассирования лучей, позволяет и для неоднородной среды связать R_1 и R_2 с некоторыми совокупностями падающих и отражённых лучей. Но ошибка, допущенная при выводе этой связи, повлекла за собой неправильное понимание этой связи и ошибочное представление об общей лучевой схеме, иллюстрирующей метод MF в произвольной среде.

Дело в том, что при интерпретации R_1 и R_2 из (18) как радиусов волновых фронтов возникает следующая проблема. С одной стороны, формулы (11), (17), (18) позволяют для каждой отдельно взятой пары ПВ и ПП, интервал взрыв-прибор которой содержит точку накопления, вычислить задержку времени. Но одна пара ПВ и ПП определяет всего один падающий и один отражённый луч. С другой стороны, любой волновой фронт по определению связан с семейством лучей, ортогональной линией (или поверхностью) к которым он является. Проблема состоит в том, чтобы по одной паре источник-приёмник определить два волновых фронта, т. е. два семейства лучей.

Изложим по работам [14, 15], как предлагается решать эту проблему. Считается, что паре источник и приёмник соответствует какая-то точка отражения на границе, а точка накопления (выход нормального луча) находится в интервале взрыв-прибор, как показано на рис. 4. Он соответствует основному рисунку, иллюстрирующему мультифокусинг в [15], отличаясь от него только тем, что ПВ расположены не справа от точки накопления, а слева. Обозначим через $\bar{\sigma}$ значение, которое определяется для взятой пары ПВ и ПП, скажем (S_1, G_1), согласно формуле (11). Из соображений непрерывности ясно, что либо падающий луч, либо отражённый пересечётся с нормалью. Пусть F будет точкой пересечения падающего луча с нормалью. Рассматривается пучок всех падающих лучей, проходящих через точку F , а в качестве волнового фронта Σ_1 - фронт, ортогональ-

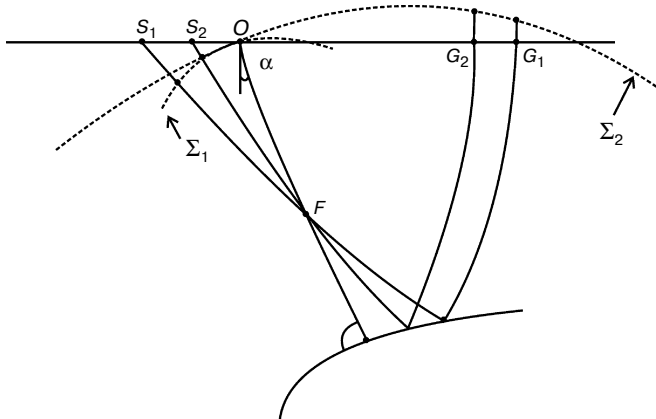


Рис. 4. Общепринятая лучевая схема в методе MF

ный этим лучам. При этом надо изменить направление на противоположное в этом пучке, чтобы точка F была центром кривизны фронта Σ_1 . Семейство отражённых лучей, соответствующее падающим лучам, определяет волновой фронт Σ_2 . Радиус кривизны фронта Σ_1 в точке выхода нормального луча на линию наблюдения рассматривается в качестве R_1 , а фронта Σ_2 - в качестве R_2 . Считается, что радиусы именно этих волновых фронтов, однозначно определяемых точкой фокусировки F , при подстановке в формулу (17) дадут задержку времени для (S_1, G_1).

Однако динамическая теория трассирования лучей позволяет только утверждать, что существует *некоторое* значение σ , при котором R_1 и R_2 выражаются через R_{NIP} и R_N по формулам (18). Для того, чтобы R_1 и R_2 определили задержку времени для пары (S_1, G_1), необходимо совпадение σ и $\bar{\sigma}$.

Однако даже для круговой границы в однородной среде это совпадение не имеет место. В этом можно убедиться на примере модели, представленной на рис. 5. На нём показан геометрически точный ход лучей, которым соответствуют три пары ПВ и ПП, с пересекающимися в одной точке F падающими лучами. Взяты $R_{NIP} = 860$ м и $R_N = 1615$ м, $\alpha = 20^\circ$, выносы $l_1 = 1955$ м, $l_2 = 723$ м, $l_3 = 365$ м. Вычисленные согласно (11) значения $\bar{\sigma}_1 = 2,29$, $\bar{\sigma}_2 = 2,63$, $\bar{\sigma}_3 = 2,73$ у них различны. Очевидно, что для волнового фронта Σ_1 радиус $R_1 = |OF| = 680$ м и ему по формуле (18) соответствует значение $\sigma = 2,77$. Как видим, ни для какой пары ПВ и ПП, представленной на рис. 5, $\bar{\sigma}_n$ не совпадает с этим σ .

Нетрудно доказать в общем случае, что при задании выборки пар ПВ и ПП через точку фокусировки на нормали для круговой границы радиуса r

$$\bar{\sigma}_n \rightarrow \sigma = \frac{(R_{NIP} - s) \frac{R_N}{r} + s}{(R_{NIP} - s) \frac{R_N}{r}} \quad (l_n \rightarrow 0), \quad (24)$$

где $s = |OF|$. Только для прямолинейной границы, когда $R_N/r = 1$, $\bar{\sigma}_n \equiv \sigma$. Во всех остальных случаях формула (11) принципиально отличается от (24) тем, что не учитыва-

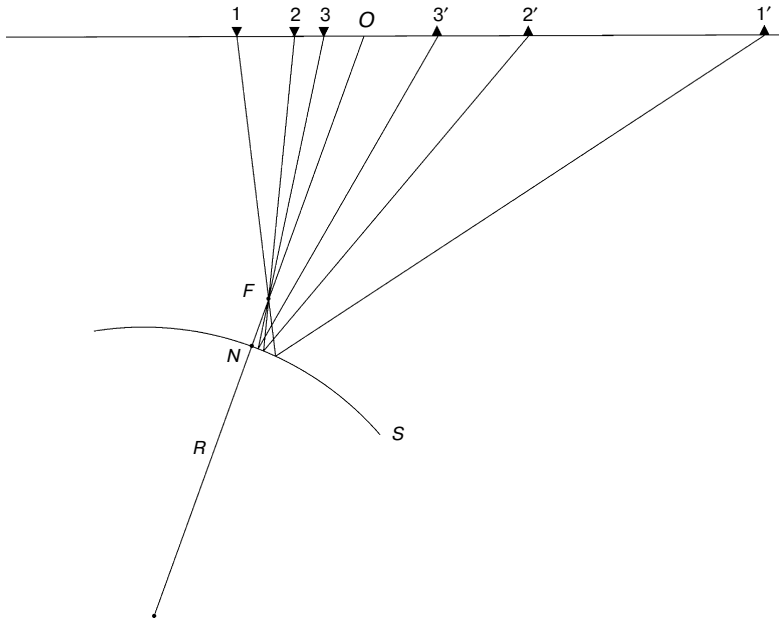


Рис. 5. Выборка пар ПВ и ПП для круговой границы с точкой фокусировки на нормали

ет кривизну границы, так как в неё не входят ни R_N , ни r . Это и является причиной того, что σ , которое связывает радиусы R_1 и R_2 фронтов с точкой фокусировки через R_{NIP} и R_N по формулам (18), не обязано совпадать с тем $\bar{\sigma}$, которое по формуле (11) определяет пары ПВ и ПП. И наоборот, как показывает модель на рис. 3, фиксированное значение σ в формуле (11) не влечёт наличие точки фокусировки. В частности, как будет показано, в неоднородной среде $\sigma = \infty$ не задаёт по формуле (11) выборку общей точки отражения, в отличие от того, что утверждается в работах [8, 9, 14, 15].

Значит, вышеописанный подход к формированию волновых фронтов через точку фокусировки ошибочен. Но он является частным случаем общего подхода, изложенного в работах [8, 9]. В рамках этого обобщения для отражающей поверхности в произвольной среде вводятся в рассмотрение любые пары таких волновых фронтов, что один из них ортогонален некоторому семейству падающих лучей, другой - семейству отражённых лучей. Семейства должны взаимно определять друг друга через попарную связь лучей между собой законом падения-отражения в соответствующих точках отражения, и в пределе каждое из них должно стремиться к одному нормальному лучу. В силу этого пара таких семейств однозначно определяет совокупность $\{(S_i, G_i)\}$ пар ПВ и ПП, которые с уменьшением интервала взрыв-прибор сходятся к точке выхода O этого нормального луча на линию наблюдения (рис. 6). Обозначим координаты S_i и G_i через x_i^- и x_i^+ , через $\Delta x_i^- = x_i^- - x_0$ и $\Delta x_i^+ = x_i^+ - x_0$. Если в точке выхода радиусы NIP-волны и N-волны обозначить как обычно через R_{NIP} и R_N , то и в этой общей ситуации радиусы R_1 и R_2 рассматриваемых волновых фронтов согласно уже цитированному результату из динамической теории могут быть выражены

через R_{NIP} и R_N при некотором значении σ по формулам (18).

Утверждается, что в таком случае отношение Δx_i^- к Δx_i^+ можно аппроксимировать с точностью первого порядка через это же значение σ следующим образом

$$\frac{\Delta x_i^-}{\Delta x_i^+} \approx \frac{(1-\sigma)}{(\sigma+1)} \left(1 - 2\sin(\alpha) K_{NIP} \frac{\sigma}{(1+\sigma)} \Delta x_i^+ \right), \quad (25)$$

где $K_{NIP} = 1/R_{NIP}$. Для того чтобы убедиться в ошибочности этого утверждения, достаточно рассмотреть фронты, образованные падающими и отражёнными лучами для симметрично расположенных пар ПВ и ПП. Согласно выше цитированному результату П. Хубрала для обоих фронтов их радиусы кривизны R_1 и R_2 совпадают с R_{NIP} , поэтому по формуле (18) их определяет значение $\sigma = \infty$. Если бы утверждение было верно, то из (24) следовало бы, что

$$\frac{\Delta x_i^-}{\Delta x_i^+} \approx -(1 - 2\sin(\alpha) K_{NIP} \Delta x_i^+). \quad (26)$$

Но для симметричной выборки $\frac{\Delta x_i^-}{\Delta x_i^+} \equiv -1$ с точностью любого порядка, что совпадает с (25) только при $\alpha = 0$.

Полученное противоречие связано с тем, что функциональная связь (24) верна не для любых фронтов Σ_1 и Σ_2 , как это ошибочно утверждается в [9], а только для тех, которые имеют постоянные (с точностью первого порядка) кривизны в окрестности точки наблюдения. Для таких фронтов аппроксимация (24) становится верной. Для всех остальных фронтов можно только утверждать, что

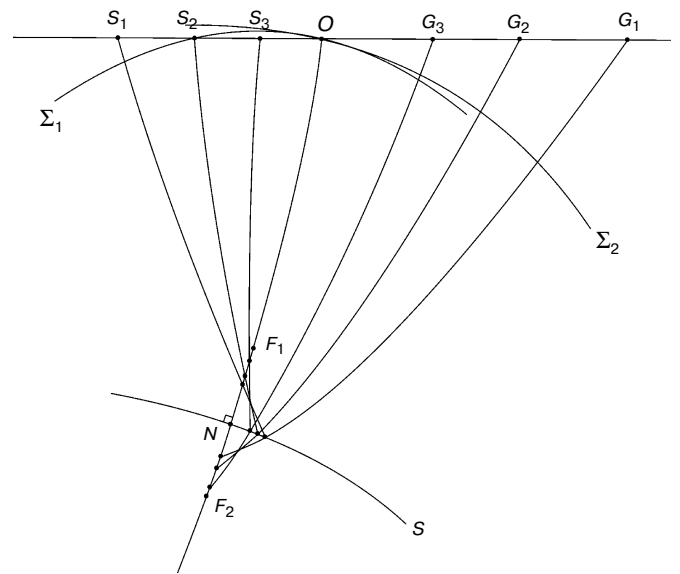


Рис. 6. Связь между семействами падающих и отражённых лучей и выборками пар ПВ и ПП

$$\frac{\Delta x_i^-}{\Delta x_i^+} \rightarrow \frac{(1-\sigma)}{(\sigma+1)} (\Delta x_i^- \rightarrow 0, \Delta x_i^+ \rightarrow 0). \quad (27)$$

Заметим, что в [9] при выводе формул MF аппроксимация (24) заменяется на другую, получающуюся

при дополнении $(1-2\sin(\alpha)K_{\text{NIP}} \frac{\sigma}{(1+\sigma)} \Delta x_i^+)$ до разности

квадратов и игнорировании члена второго порядка малости. Благодаря этому та связь, с помощью которой могут быть определены в неоднородной среде выборки в MF с точностью первого порядка, приобретает вид

$$\Delta x_i^- \approx \left(\frac{1-\sigma}{1+\sigma} \right) \frac{\Delta x_i^+}{(1+2\sin(\alpha)K_{\text{NIP}} \frac{\sigma}{(1+\sigma)} \Delta x_i^+)}. \quad (28)$$

Тем самым общая ситуация “подгоняется под однородную среду”, так как заменив Δx_i^- и Δx_i^+ в (27) на $-l_1$ и l_2 и выразив σ , получим выражение (11).

С учётом сделанного исправления для того, чтобы для взятой пары ПВ и ПП проинтерпретировать R_1 и R_2 как радиусы волновых фронтов, вначале надо определить то значение $\bar{\sigma}$, которое ей соответствует согласно (11). Затем надо взятые ПВ и ПП включить в такую выборку, чтобы все её пары определяли по формуле (11) одно и то же значение $\sigma = \bar{\sigma}$. Для этого выносы l_1 и l_2 следует задать выражениями (14), положив $\sigma = \bar{\sigma}$. Определённую таким образом выборку можно назвать $\bar{\sigma}$ -выборкой. Теперь надо для каждой её пары ПВ и ПП ввести в рассмотрение соответствующие падающий и отражённый лучи, которые по мере уменьшения расстояния взрыв-прибор сходятся к нормальному лучу. Семейство падающих (отражённых) лучей определяет фронт Σ_1 (Σ_2). Нетрудно доказать, используя такой же ход рассуждений как в [2], что Σ_1 (Σ_2) имеют постоянные (с точностью первого порядка) кривизны в окрестности точки выхода нормального луча, и радиусы R_1 и R_2 этих фронтов задаются по формулам (18) с $\sigma = \bar{\sigma}$. Рис. 6 можно рассматривать как иллюстрацию сказанного при условии, что совокупность $\{(S_i, G_i)\}$ изображает $\bar{\sigma}$ -выборку. Она показывает, что на самом деле в MF надо говорить не о точках фокусировки, а о центрах кривизны фронтов Σ_1 и Σ_2 , которые представляют собой предельные положения точек пересечения, соответственно, падающих и отражённых лучей с нормалью.

Теперь допустим, что есть некоторая совокупность $\{(S_i, G_i)\}$ источников и приёмников, в которой каждая пара (S_i, G_i) задаёт свое значение σ_i . Тогда каждой паре ПВ и ПП будут соответствовать волновые фронты, радиусы которых R_1^i и R_2^i задаются по формулам (18) с $\sigma = \sigma_i$. Пусть $\sigma_i \rightarrow \bar{\sigma}$ ($R_i \rightarrow 0$). Нетрудно показать, используя (27), что радиусам R_1 (R_2) фронтов, ортогональных к падающим (отражённым) лучам рассматриваемой выборки, соответствует по формулам (18) значение $\bar{\sigma}$. Отсюда следует, что $R_1^i \rightarrow R_1$ и $R_2^i \rightarrow R_2$, когда $\sigma_i \rightarrow \bar{\sigma}$. Это доказывает математическую корректность описанного способа интерпретации R_1 и R_2 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Окончательная формула суммирования в мультифокусинге получается путём последовательной подстановки в (17) выражений (18) и (11) и не зависит от того, как интерпретируются величины R_1 и R_2 . Она позволяет в точке наблюдения x_0 на времени t_0 в процессе накопления просуммировать сигналы для разнесённых (x_s, x_r) , взятые на времени $t_0 + \Delta t$. С кинематической точки зрения основная цель суммирования состоит в том, чтобы подобрать такие значения кинематических параметров $(\alpha, R_{\text{NIP}}, R_{\text{N}})$, для которых при максимальном количестве разнесённых пар ПВ и ПП время $t_0 + \Delta t$ с приемлемой точностью приближало бы зарегистрированное время. Аналогично ставится задача при накоплении и в методе общей отражающей поверхности.

Для произвольной среды из-за неточности преобразований оценка получаемых кинематических параметров будет зависеть от строения среды и от величин выносов. В общем случае имеет место только связь между истинными значениями этих параметров и вторыми производными поля времён в нуле, которая определяется выражениями (2), (7), (8).

Также, учитывая формулу для предельной скорости ОГТ

$$v_{\text{ОГТ}}^0 = \frac{2}{t_0} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial h^2}(0,0) \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (29)$$

с помощью (8) нетрудно получить связь между истинным значением R_{NIP}^0 и предельной скоростью ОГТ

$$R_{\text{NIP}}^0 = \frac{t_0 \left(v_{\text{ОГТ}}^0 \right)^2 \cos^2(\alpha^0)}{2v_1}. \quad (30)$$

Таким образом, основываясь только на общем подходе и математическом формализме для получения формул суммирования, в методах мультифокусинга и общей отражающей поверхности мы имеем дело, как и в методе ОГТ, только с приближениями второго порядка в бесконечно малой окрестности точки накопления. Находясь в этих рамках, невозможно говорить об априорной оценке точности определения параметров и величины допустимых выносов при суммировании на конечных базах, тем более о сравнении последних в разных методах.

Когда речь идёт о бесконечно малой окрестности, также некорректно сравнивать кратности метода ОГТ с кратностью в MF и CRS путём “подсчёта” числа пар ПВ и ПП. Но его можно заменить на “подсчёт” выборок, поскольку понятие выборки ПВ и ПП можно формализовать в рамках аппроксимаций. Для этого вначале введём вместо σ параметр $z = 1/\sigma$. Далее заметим, что в выборке пар ПВ и ПП каждая пара определяет свою величину l интервала взрыв-прибор, внутри которого находится точка накопления. Значит, для каждой пары в выборке можно вычислить по формуле (11) значение $z(l)$. В рамках аппроксимации нас интересует поведение $z(l)$, когда $l \rightarrow 0$. Оно определяется разложением вида

$$z(l) = z_0 + z_1 l + \dots \quad (31)$$

Таким образом, на уровне первого порядка точности разнообразие выборок зависит от коэффициентов z_0 и z_1 . Например, симметричная выборка ОГТ задаётся условием: $z_0 = 0$, $z_1 = -\frac{\sin(\alpha)}{2R_{\text{NIP}}}$. Чтобы определить единственный кинематический параметр в ОГТ - $v_{\text{ОГТ}}^0$, надо иметь приближение второго порядка точности годографа ОГТ на этой выборке. С этой точки зрения, хотя в мультифокусинге в аппроксимации поля времён в окрестности точки накопления участвуют все выборки, но для сравнения с ОГТ имеет значение то *минимальное* число выборок, которые могут обеспечить однозначную оценку кинематических параметров мультифокусинга.

В приложении 3 показано, что для однозначного определения истинных значений (α , R_{NIP}^0 , R_{N}^0) необходимо и достаточно иметь хотя бы две выборки с отличающимися значениями коэффициента z_0 в разложении (31), на которых формула суммирования в MF (CRS) приближает поле времён с точностью второго порядка точности. В свою очередь, истинные значения (α , R_{NIP}^0 , R_{N}^0)

позволяют получить приближение поля времён уже в целой окрестности точки накопления.

Значит, обеспечив требуемую точность всего на двух выборках, мы получим нужную аппроксимацию для всех пар источников и приёмников. Это позволяет сделать неожиданный вывод, что *число выборок, необходимых для определения истинных значений кинематических параметров, в методах мультифокусинга и CRS по сравнению с методом ОГТ больше всего в два раза.*

Таким образом, с одной стороны, аппроксимации в бесконечно малой окрестности точки накопления для методов мультифокусинга и общей отражающей поверхности имеют принципиальное значение, так как истинные значения (α , R_{NIP}^0 , R_{N}^0) кинематических параметров имеют локальную природу и определяются производными поля времён. С другой стороны, выявить в рамках аппроксимаций преимущество этих методов по сравнению с ОГТ невозможно. Для того, чтобы произвести сравнение методов MF, CRS и ОГТ, надо перейти к рассмотрению суммирования на база произвольной длины и осуществлять анализ для конкретных моделей сред, о чем пойдет речь во второй части работы.

Приложение 1

Обозначим: α_1 (α_2) - угол, который составляет падающий (отражённый луч) с линией наблюдения; φ - угол падения-отражения; Δl_0 - расстояние между точкой накопления и точкой выхода нормального луча из смещённой точки отражения. По рис. 2 с помощью теоремы синусов нетрудно вывести, что

$$\frac{l_2 - l_1 - 2\Delta l_0}{l} = \text{tg}\varphi \cdot \text{tg}\alpha, \quad (1.1)$$

$$\frac{\cos(\alpha - \varphi)}{\sin(\varphi)} = \frac{R_{\text{NIP}}(1 - 1/\sigma)}{l_1}. \quad (1.2)$$

Учтём также, что

$$\Delta l_0 = \text{tg}\varphi \cdot \frac{R_{\text{NIP}}}{\sigma \cos \alpha}. \quad (1.3)$$

Найдем $\text{tg}\varphi$ равенства (1.2) и подставим его (1.1), затем выразим Δl_0 , в результате получим

$$\Delta l_0 = \frac{l_2 - l_1}{2 + l \sin \alpha (\sigma / R_{\text{NIP}})}. \quad (1.4)$$

С другой стороны, подставив $\text{tg}\varphi$ из равенства (1.2) в равенство (1.3), найдем Δl_0

$$\Delta l_0 = \frac{R_{\text{NIP}}}{R_{\text{NIP}}(\sigma - 1)/l_1 - \sigma \sin(\alpha)}. \quad (1.5)$$

Приравняв выражения (1.4) и (1.5), получим соотношение (11).

Рассмотрим на круговой границе точку отражения N , нормаль от которой выходит в точку O . Обозначим: α_1 (α_2) - угол, который составляет падающий (отражённый луч) с линией наблюдения; Δl_0 - расстояние между точкой накопления и точкой выхода \tilde{O} нормального луча из смещённой точки отражения \tilde{N} ; \tilde{l}_1 (\tilde{l}_2) - расстояние от источника (приёмника) до \tilde{O} ; $\tilde{\alpha}$ - угол выхода смещённой нормали $\tilde{O}\tilde{N}$; \tilde{R}_{NIP} - длина $\tilde{O}\tilde{N}$; θ - угол между падающим лучом и нормалью ON ; s (s') - расстояние от точки пересечения падающего (отражённого) луча с нормалью до точки O ; $\tilde{R}_N = |\tilde{C}\tilde{O}| = \tilde{R}_{\text{NIP}} + r$ - радиус кривизны фронта N-волны в точке \tilde{O} (рис. 7). Рассмотрев $\triangle CPO$ и $\triangle CP\tilde{O}$ нетрудно вывести (см. [10]), что

$$\tilde{R}_N = R_N A, \text{ где } A = \sqrt{1 + 2\sin(\alpha) \frac{\Delta l_0}{R_N} + \left(\frac{\Delta l_0}{R_N}\right)^2},$$

$$\tilde{R}_{\text{NIP}} = R_N(A - 1) + R_{\text{NIP}}, \quad (2.1)$$

$$\sin(\tilde{\alpha}) = \frac{\Delta l_0 + R_N \sin(\alpha)}{R_N A}.$$

Поскольку \tilde{N} является точкой отражения для рассматриваемой пары ПВ и ПП, то выносы \tilde{l}_1 и \tilde{l}_2 согласно (13) связаны соотношением

$$\frac{\tilde{l}_1 \tilde{l}_2}{\tilde{l}_2 - \tilde{l}_1} = \frac{\tilde{R}_{\text{NIP}}}{2\sin(\tilde{\alpha})}. \quad (2.2)$$

Учитывая, что $\tilde{l}_1 = l_1 + \Delta l_0$, $\tilde{l}_2 = l_2 + \Delta l_0$, можно получить соотношение для определения смещения точки Δl_0 точки выхода нормального луча

$$\frac{l_1 l_2 + \Delta l_0(l_2 - l_1) - \Delta l_0^2}{l_2 - l_1 - 2\Delta l_0} = \frac{(R_N(A - 1) + R_{\text{NIP}})R_N A}{2(\Delta l_0 + R_N \sin(\alpha))}. \quad (2.3)$$

Для дальнейшего нужно знать асимптотику Δl_0 при $l \rightarrow 0$. Вначале получим асимптотику l_1 и l_2 , разложив в выражении (14) корни в ряд Тейлора до второго порядка включительно

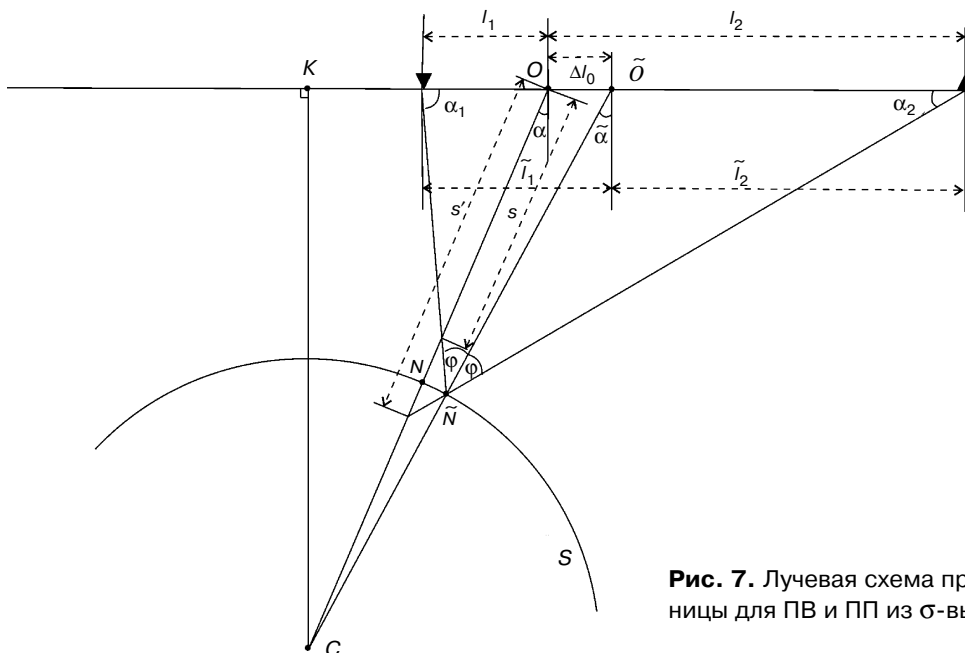


Рис. 7. Лучевая схема при отражении от круговой границы для ПВ и ПП из σ -выборки

$$l_1 \approx \frac{1}{2}l \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) - \frac{1}{4}l^2 \frac{\sin(\alpha)}{R_{\text{NIP}}} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right),$$

$$l_2 \approx \frac{1}{2}l \left(1 + \frac{1}{\sigma}\right) + \frac{1}{4}l^2 \frac{\sin(\alpha)}{R_{\text{NIP}}} \left(1 - \frac{1}{\sigma^2}\right). \quad (2.4)$$

Взяв разложение A в виде

$$A \approx 1 + \frac{\Delta l_0 \sin(\alpha)}{R_{\text{N}}} + \frac{\Delta l_0^2}{2R_{\text{N}}^2} \cos^2(\alpha) \quad (2.5)$$

и подставив его вместе с (2.4) в выражение (2.3), нетрудно найти асимптотику Δl_0

$$\Delta l_0 \approx \frac{l}{2\sigma} - \frac{\sin(\alpha)}{4R_{\text{NIP}}\sigma^2} l^2. \quad (2.6)$$

Это позволяет получить разложение \tilde{l}_1 и \tilde{l}_2

$$\tilde{l}_1 = \frac{l}{2} - \frac{l^2 \sin(\alpha)}{4R_{\text{NIP}}}, \quad \tilde{l}_2 = \frac{l}{2} + \frac{l^2 \sin(\alpha)}{4R_{\text{NIP}}}. \quad (2.7)$$

Используя теорему синусов, нетрудно получить соотношения

$$s = \frac{l_1}{\text{ctg}(\alpha_1) \cos(\alpha) + \sin(\alpha)},$$

$$\text{ctg}(\alpha_1) = \frac{\tilde{l}_1 / \tilde{R}_{\text{NIP}} - \sin(\tilde{\alpha})}{\cos(\tilde{\alpha})}.$$

Они дают нужное выражение для вывода предельного значения s

$$s = \frac{l_1}{\left(\frac{\tilde{l}_1}{\tilde{R}_{\text{NIP}}} - \sin(\tilde{\alpha})\right) / \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\tilde{\alpha})} + \sin(\alpha)}. \quad (2.8)$$

Чтобы его получить, достаточно иметь разложение первого порядка по l всех величин в (2.8). С учётом (2.1) и (2.5) нетрудно вывести, что

$$\sin(\tilde{\alpha}) \approx \sin(\alpha) + \cos^2(\alpha) \frac{\Delta l_0}{R_{\text{N}}},$$

$$\cos(\tilde{\alpha}) \approx \cos(\alpha) \left(1 + \sin(\alpha) \frac{\Delta l_0}{R_{\text{N}}}\right). \quad (2.9)$$

Взяв разложение первого порядка по l в (2.4), (2.7), (2.6) и подставив его в (2.8) с учётом (2.9), получим

$$s \approx \frac{\frac{1}{2}l \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right)}{\frac{l}{2R_{\text{NIP}}} - \frac{l}{2\sigma R_{\text{N}}}} \quad (l \rightarrow 0). \quad (2.10)$$

Асимптотика (2.10) даёт предельное значение s , т. е. величину R_1

$$R_1 = \frac{1 - (1/\sigma)}{\frac{1}{R_{\text{NIP}}} - \frac{1}{\sigma R_{\text{N}}}}.$$

Аналогично можно вывести и формулу для предельного значения s' , т. е. R_2 .

Допустим, что есть некоторая выборка пар источников и приёмников, координаты которых $(x_s(l), x_r(l))$ задаются как функции расстояния взрыв-прибор l . Поле времён $t(x_s, x_r)$ является функцией двух переменных, но на рассматриваемой выборке оно зависит только от l и записывается в виде $f(l) = t(x_s(l), x_r(l))$. Разложим функцию $f(l)$ с точностью второго порядка и запишем выражение истинной задержки времени $\Delta t_{\text{ист}} = t(x_s(l), x_r(l)) - t_0$ через это разложение в следующем виде

$$\Delta t_{\text{ист}} \approx \left(\frac{\partial t}{\partial x_s} x'_s + \frac{\partial t}{\partial x_r} x'_r \right) l + \frac{1}{2} l^2 \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} (x'_s)^2 + 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} x'_s x'_r + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} (x'_r)^2 + \frac{\partial t}{\partial x_s} x''_s + \frac{\partial t}{\partial x_r} x''_r \right). \quad (3.1)$$

В (3.1) все производные берутся в нуле.

С другой стороны, разложение (21) позволяет задержку времени в MF получить в виде

$$v_1 \Delta t_{MF} \approx l \sin(\alpha) z(l) + \frac{l^2 \sin^2(\alpha)}{2 R_{\text{NIP}}} (1 - z^2(l)) + \frac{l^2 \cos^2(\alpha)}{4} \left(\frac{1}{R_{\text{NIP}}} + \frac{1}{R_{\text{N}}} z^2(l) \right), \quad (3.2)$$

где $z(l) = 1/\sigma(l)$ - значение, соответствующее по формуле (11) паре ПВ и ПП с координатами $(x_s(l), x_r(l))$. Рассмотрим разложение $z(l)$ вблизи нуля

$$z(l) = z_0 + z_1 l + \dots \quad (3.3)$$

Если воспользоваться выражениями (20), то нетрудно установить, что

$$x'_s = -\frac{1}{2}(1 - z_0), \quad x'_r = \frac{1}{2}(1 + z_0), \quad x''_s = \frac{1 \sin(\alpha)}{2 R_{\text{NIP}}} (1 - z_0^2) + z_1, \quad x''_r = \frac{1 \sin(\alpha)}{2 R_{\text{NIP}}} (1 - z_0^2) + z_1. \quad (3.4)$$

Заметим также, что $\frac{\partial t}{\partial x_s} = \frac{\partial t}{\partial x_r} = \frac{1}{2} \frac{dt_0}{dx_0}$, а $\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2}$ в силу принципа взаимности.

Используя (3.3) и (3.4) оба выражения задержки времён можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{ист}} &\approx \frac{1}{2} \frac{\partial t_0}{\partial x_0} z_0 l + l^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} (1 - z_0)^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} (1 - z_0^2) + \frac{1}{4} \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} (1 + z_0)^2 + \frac{\partial t_0}{\partial x_0} \left(\frac{1 \sin(\alpha)}{2 R_{\text{NIP}}} (1 - z_0^2) + z_1 \right) \right), \\ \Delta t_{MF} &\approx \frac{1}{v_1} (\sin(\alpha) z_0 l + l^2 \left(z_1 \sin(\alpha) + \frac{1 \sin^2(\alpha)}{2 R_{\text{NIP}}} (1 - z_0^2) + \frac{\cos^2(\alpha)}{4 R_{\text{NIP}}} + \frac{\cos^2(\alpha)}{4 R_{\text{N}}} z_0^2 \right)). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Допустим, имеются две выборки с разными коэффициентами z_0 и \bar{z}_0 при нулевой степени в разложении (3.3), на каждой из которых формула суммирования MF дает “хорошую” аппроксимацию поля времён. Это означает, что на этих выборках задержки Δt_{MF} и $\Delta t_{\text{ист}}$ совпадают с точностью до второго порядка включительно в окрестности $l = 0$. Отсюда следует, что коэффициенты при l и l^2 в разложениях (3.5) должны совпадать. Поскольку из двух чисел хотя бы одно не равно нулю, скажем z_0 , то сразу получаем, что угол α однозначно задается соотношением

$$\sin(\alpha) = \frac{v_1}{2} \frac{dt_0}{dx_0}. \quad (3.6)$$

Сравнивая для обеих выборок коэффициенты при l^2 , с учётом (3.6) приходим к равенствам

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} - 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} + \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} + 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} \right) z_0^2 \right) = \frac{1}{v_1} \left(\frac{\cos^2(\alpha)}{R_{\text{NIP}}} + \frac{\cos^2(\alpha)}{R_{\text{N}}} z_0^2 \right). \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} - 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} + \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} + 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} \right) \bar{z}_0^2 \right) = \frac{1}{v_1} \left(\frac{\cos^2(\alpha)}{R_{\text{NIP}}} + \frac{\cos^2(\alpha)}{R_{\text{N}}} \bar{z}_0^2 \right). \quad (3.8)$$

Поскольку $z_0 \neq \bar{z}_0$, то вычитая (3.8) из (3.7), получаем, что параметры R_N и R_{NIP} однозначно определяются из соотношений

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} + 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} \right) = \frac{\cos^2(\alpha)}{v_1 R_N}, \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} - 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} \right) = \frac{\cos^2(\alpha)}{v_1 R_{NIP}}. \quad (3.10)$$

Заметим, что с учётом связи $x_s = d - h$ и $x_r = d + h$, нетрудно видеть, что

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} + 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} \right) = \frac{\partial^2 t}{\partial d^2},$$

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x_s^2} - 2 \frac{\partial^2 t}{\partial x_s \partial x_r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x_r^2} \right) = \frac{\partial^2 t}{\partial h^2}.$$

Значит, соотношения (3.9) и (3.10) совпадают с полученными ранее выражениями (7) и (8) для определения K_N и K_{NIP} .

Таким образом, имея только две выборки с различными значениями z_0 и \bar{z}_0 , на которых формула суммирования мультифокусинга аппроксимирует поле времён с точностью второго порядка, возможно однозначно определить истинные значения всех трёх параметров (α , R_{NIP} , R_N) согласно (3.6), (3.9) и (3.10). С помощью этих параметров можно уже построить аппроксимацию поля времён в целой окрестности точки накопления. Поскольку на уровне аппроксимации второго порядка точности формулы суммирования методов MF и CRS совпадают, то полученный результат верен и для метода общей отражающей поверхности.

Допустим теперь, что выборки имеют одинаковые значения $z_0 = \bar{z}_0 = 0$ и разные значения z_1 и \bar{z}_1 коэффициентов при первой степени l в разложении (3.3). Тогда, взяв аппроксимации (3.5) и вычтя одну из другой, без труда можно прийти к соотношениям (3.6) и (3.10). Таким образом, в этой ситуации есть возможность однозначно определить только истинные значения (α^0 , R_{NIP}^0).

ЛИТЕРАТУРА

1. Анискович Е. М., Кондрашков В. В., Демушкин А. И., 2005, О принципе накопления и определения скоростей: сравнение методов ОГТ, ДМО, ПРО: Технологии сейсморазведки, **2**, 60 - 79.
2. Бляс Э. Ф., 2005, Новый взгляд на скорости ОГТ в слоистых латерально-неоднородных средах: аналитическое и численное моделирование: Технологии сейсморазведки, **3**, 7 - 25.
3. Боганик Г. Н., Гурвич И. И., 2006, Сейсморазведка: Тверь, АИС.
4. Кондрашков В. В., 1986, Теория и методика эллиптической развертки отражений (ЭРО) для построения временных разрезов в сложных сейсмологических условиях: Дис. на соиск. уч. степени канд. техн. наук: М., ВНИИгеофизика.
5. Кондрашков В. В., Анискович Е. М., Богданов А. И., 1998, Метод параметрической развёртки отображений: от концепции до обрабатываемой системы UNISEIS: Геофизика, **4**, 21 - 29.
6. Пузырев Н. Н., 1979, Временные поля отраженных волн и метод эффективных параметров: Новосибирск, Наука.
7. Урунов А. К., Левин А. Н., 1985, Определение и интерпретация скоростей в методе отражённых волн: М., Недра.
8. Gelchinsky V., Berkovitch A., Keydar S., 1999, Multifocusing homeomorphic imaging. Part 1. Basic concepts and formulas: J. Appl. Geoph., **42(3, 4)**, 229 - 242.
9. Gelchinsky V., Berkovitch A., Keydar S., 1999, Multifocusing homeomorphic imaging. Part 2. Multifold data set and multifocusing: J. Appl. Geoph., **42(3, 4)**, 243 - 260.
10. Hocht G., de Bazelaire E., Majer P., Hubral P., 1999, Seismic and optics: hyperbolae and curvatures: J. Appl. Geoph., **42(3, 4)**, 261 - 281.
11. Hubral P., Krey Th., 1980, Interval velocities from seismic reflection time measurements: SEG monograph no. 3, Tulsa, Ed. by K. L. Larner.
12. Hubral P., 1983, Computing true amplitude reflections in a laterally inhomogeneous earth: Geophysics, **48, 8**, 1051 - 1062.
13. Jager R., Mann J., Hocht G., Hubral P., 2001, Common - reflection - surface stack: image and attributes: Geophysics, **66, 1**, 97 - 109.
14. Landa E., 2007, Beyond conventional seismic imaging. EAGE Publications bv.
15. Landa E., 2007, Wavefield parameter estimation by optimal stacking procedure: practical view and application: EAGE Education Days.
16. Schleicher J., Tygel M., Hubral P., 1993, Parabolic and hyperbolic paraxial two-point traveltimes in 3-D media: Geophys. Prosp., **41**, 495 - 514.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Елена Михайловна АНИСКОВИЧ - ведущий математик ЗАО "ПАНГЕЯ", кандидат физико-математических наук.