С. А. Корчагин

СУРГУТНИПИ, ТЮМЕНЬ

ЗАВИСИМОСТЬ ОТКЛИКА ГОРНОЙ ПОРОДЫ НА НИЗКОЧАСТОТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ОТ ХАРАКТЕРА ЕЁ ТРЕЩИНОВАТОСТИ

АННОТАЦИЯ. В работе рассматриваются возможные особенности формирования спектров микросейсм при колебаниях жидкой фазы в твердой матрице породы, находящейся под действием проходящей волны. Обсуждаются возможные проявления в связи с низкочастотной сейсморазведкой.

ВВЕДЕНИЕ. Как известно, уравнения гидродинамики, описывающие поведение жидкости в узкой трещине, сильно упрощаются, что обусловлено понижением размерности задачи [5, 7]. Эта модель использовалась в работах [9, 10] для исследования колебаний флюида в крупных трещинах (таких как трещины гидроразрыва). При этом уравнения гидродинамики сводились к обыкновенному дифференциальному уравнению (ОДУ).

В [9] рассматривалось двумерное движение флюида в тонкой поре со скоростью, имеющей компоненты (u, v) в координатной системе (x, y), под действием вибрации. Толщина $2\tilde{a}$ поры вдоль оси Y считается функцией только от координаты X и времени t и задаётся соотношением

$$\tilde{a}_{(x,y)} = a_{(x)} + a_{0(x)}\varepsilon \exp(i\omega t), \tag{1}$$

где $a_{(x)}$ - функция, задающая толщину поры в отсутствие вибрации, ω - частота колебаний, $a_{0(x)}$ и ε задают амплитуду колебаний стенок поры при вибрации. Полагается, что $a_{0(x)}$ - величина порядка $a_{(x)}$ и $\varepsilon << 1$. Сжимаемость поровой жидкости задаётся соотношением $dP = c_0^2 d\rho$, где ρ - плотность жидкости, а P и c_0 - соответственно, давление и скорость звука в жидкости. Считая исходную плотность равной ρ_0, а соответствующее давление нулевым, это соотношение можно преобразовать к виду

$$P = c_0^2(\rho - \rho_0). \tag{2}$$

В рассматриваемом здесь случае малых вибраций считается, что

$$d\rho << \rho_0. \tag{3}$$

Считается также, что функция $a_{(x)}$ настолько гладкая, что движение в каждом поперечном сечении поры, перпендикулярном к оси X, можно рассматривать как одномерное вязкое течение между двумя стенками. Это предполагает, что давление не меняется поперек поры, и плотность ρ не зависит от Y координаты.

В изложенных выше предположениях уравнение Навье-Стокса для рассматриваемого здесь случая может быть записано в виде [5, 7, 9, 10]:

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \tag{4}$$

где μ -вязкость жидкости.

Решение уравнения (4) получено в [5, 7, 9] при граничных условиях, соответствующих адгезии жидкости на боковых стенках поры, и в предположении, что давление P и компонента скорости u являются гармоническими функциями времени:

$$P = P_{0(x)} \exp(i\omega t); \quad u = u_{0(x,y)} \exp(i\omega t). \tag{5}$$

Оно имеет вид

$$U_{(x,y)} = -\frac{\partial P}{\partial x}\frac{1}{i\omega\rho}\left[1 - \frac{\mathrm{ch}(y\sqrt{i\omega/\nu}}{ch(a\sqrt{i\omega/\nu}}\right]. \tag{6}$$

С использованием (6) в [9] получено уравнение, определяющее амплитуду давления в флюидной компоненте трещины $P_{0(x)}$:

$$\left[a - \sqrt{\nu/i\omega}\,\mathrm{th}(a\sqrt{i\omega/\nu})\right]\frac{\partial^2 P_0}{\partial x^2} + $$
$$+\frac{\partial a}{\partial x}\mathrm{th}^2(a\sqrt{i\omega/\nu})\frac{\partial P_0}{\partial x} + \frac{\omega^2 a}{c_0^2}P_0 = -\rho_0\omega^2\varepsilon a_0. \tag{7}$$

Собственные частоты ω_0 системы пора-жидкость можно определить из уравнения (7) при нулевой вынуждающей силе, когда полагается, что неизвестная функция в уравнении зависит от времени по гармоническому закону, а амплитуда вынуждающей силы равна нулю [2]. Это уравнение (7) в случае $\omega = \omega_0$ и $a_0 = 0$. Выпишем его, опуская индекс $_0$ у амплитуды давления и собственной частоты:

$$\left[a - \sqrt{\nu / i\omega}\, \mathrm{th}(a\sqrt{i\omega/\nu})\right] \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} +$$

$$+ \frac{\partial a}{\partial x} \mathrm{th}^2 (a\sqrt{i\omega/\nu}) \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\omega^2 a}{c_0^2} P = 0 . \qquad (8)$$

Для определения собственных частот нужно решить это однородное обыкновенное дифференциальное уравнение при некоторых [9] граничных условиях для давления на торцевых стенках поры при $x = 0$ и $x = L$, где L - длина поры. Так, полное насыщение порового пространства жидкостью приводит к условию нулевой скорости или нулевого градиента давления на краях поры: $P_0^{/} = 0$ при $x = 0$ и $x = L$. Условие постоянства давления при не заполненном жидкостью торце поры соответствует случаю частичного насыщения, и может быть записано в виде: $P_0 = 0$ при $x = 0$ либо $x = L$, или $P_0 = 0$ одновременно и при $x = 0$ и при $x = L$.

В предположении, что $\partial a/\partial x$ достаточно мало, и уравнение (8) можно приближённо считать уравнением с постоянными коэффициентами. Тогда для его решения нужно найти корни λ_0 соответствующего характеристического уравнения [3].

ТРЕЩИНА ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ В СЕЧЕНИИ

В настоящей работе предлагается получить приближение (7) уравнением с постоянными коэффициентами, путём подбора зависимости $a(x)$ - формы стенок трещины. (В случае $\partial a/\partial x = 0$ стенки строго параллельны, что является частным предельным случаем предлагаемого способа.) Заметим предварительно [9], что при малой кинематической вязкости ν можно полагать

$$\mathrm{th}(a\sqrt{i\omega/\nu}) \approx 1, \quad \sqrt{\nu/i\omega}\, \mathrm{th}(a\sqrt{i\omega/\nu}) \approx 0. \qquad (9)$$

Это предположение справедливо для большинства природных нефтей и солевых поровых водных растворов при частотах, более 0,1 Гц, и для $a_{(x)} \geq 0{,}01$ мм, т. е. для большинства встречающихся в геофизике случаев.

Тогда можно приближенно записать (7) в виде

$$\frac{d^2 P}{dx^2} + \frac{da/dx}{a} \frac{dP}{dx} + \frac{\omega^2}{c_0^2} P = -\rho_0 \omega^2 \varepsilon \frac{a_0}{a}. \qquad (10)$$

Это уравнение сводится к известному в теории колебаний [6] линейному уравнению с постоянными коэффициентами для вынужденных колебаний с затуханием, если зависимость $a(x)$ такова, что

$$\frac{da/dx}{a} = 2\beta = \mathrm{const}, \text{ т. е. } a(x) = d \exp(2\beta x), \qquad (11)$$

где постоянные d и β определяются раскрытием трещины и углом между её стенками.

Теперь можно оценить собственные частоты, полагая амплитуду внешнего воздействия a_0 (тем самым и правую часть (10)) равной нулю, как это делалось в [2] для трещины с параллельными стенками. (В используемом здесь подходе трещины можно считать параллельными, когда в соотношениях (11) $\beta \to 0$.)

Известно [3], что общее решение уравнения (10) с нулевой правой частью (однородного уравнения) можно представить в виде

$$P(x) = C_1 \exp(\lambda_1 x) + C_2 \exp(\lambda_2 x), \qquad (12)$$

где $\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - W^2}$, $W = \omega/c_0$, C_1 и C_2 - произвольные постоянные, определяемые из граничных условий для амплитуды давления или её производной в начале ($x = 0$) и в конце ($x = L$) трещины.

Из (12) можно заключить, что ослабление давления с возрастанием координаты x трещины тем больше, чем больше β. При малых β (для трещин, имеющих малые углы раствора) наблюдаются более высокие значения средней по трещине амплитуды давления, т. е. более заметный отклик на внешнее возбуждение.

При $\beta < W$ возможно не просто изменение амплитуды давления с изменением x, но и изменение знака этой величины, проявляющееся в чередовании участков сжатия и разряжения в жидкой компоненте вдоль трещины, в соответствии с зависимостью

$$P(x) = A e^{-\beta x} \sin(\omega_0 x + \varphi). \qquad (13)$$

Здесь $\omega_0 = \sqrt{W^2 - \beta^2}$, а постоянные A и φ зависят от C_1 и C_2 (см. [6]) и, следовательно, определяются граничными условиями.

При частоте внешнего воздействия ≈ 50 Гц и скорости звука $c_0 \approx 1000$ м/с условие $\beta < W = \omega/c_0 = 2\pi f/c_0$ выполняется при $\beta < 1/3$ м$^{-1}$. В случае трещин, более резко меняющих свое раскрытие с изменением x (как, например, это имеет место в порах крупнозернистой породы), условие $\beta < W$ выполняется при мегагерцовых и более высоких частотах. Можно заключить, что на сейсмических частотах “звучат” в основном полости в виде трещин с высокой степенью параллельности стенок, причём это ограничение тем слабее, чем ниже частота. Поэтому с уменьшением частоты в суммарный отклик породы на воздействие вовлекается все большее число трещин. Такими полостями в породе могут быть микротрещины, заполненные пластовой жидкостью.

Известно [3], что общее решение неоднородного уравнения (10) является суммой общего решения соответствующего однородного ОДУ (12, 13) и какого-нибудь частного решения неоднородного уравнения. Из (10) видно, что его частное решение может быть получено методом неопределённых множителей, если искать его в виде $G\exp(-2\beta x)$, где постоянный множитель G определяется из алгебраического уравнения, получающегося после подстановки указанного частного решения в неоднородное ОДУ.

Используя изложенную процедуру, можно получить общее решение (10) в виде

$$P(x)=e^{-\beta x}\left(C_1 e^{-i\omega_0 x}+C_2 e^{i\omega_0 x}\right)+Ge^{-2\beta x}, \qquad (14)$$

где $G = d/W^2$ и $d = -\rho\omega^2\varepsilon a_0$, а C_1 и C_2 определяются из граничных условий. Например, в случае нулевых давлений на концах трещины можно получить

$$C_1=-G\frac{e^{-\beta L}-e^{+i\omega_0 L}}{e^{i\omega_0 L}-e^{-i\omega_0 L}};$$

$$C_2=G\frac{e^{-\beta L}-e^{-i\omega_0 L}}{e^{i\omega_0 L}-e^{-i\omega_0 L}}. \qquad (15)$$

При нулевых скоростях на концах трещин (случай полного насыщения) получим

$$C_1=-\frac{2\beta G(e^{\beta L}-e^{-\beta L})}{(\beta+i\omega_0)(e^{i\omega_0 L}-e^{-i\omega_0 L})};$$

$$C_2=\frac{2\beta G(e^{\beta L}-e^{-\beta L})}{(\beta-i\omega_0)(e^{i\omega_0 L}-e^{-i\omega_0 L})}. \qquad (16)$$

Для понимания влияния процессов в насыщенных трещинах на поведение порового давления во всей породе оценим среднее давление в отдельной трещине, как делалось в [9].

В случае неполного насыщения для среднего давления можно получить выражение

$$\bar{P}_0(x)=\frac{2Ge^{-\beta L}}{\beta^2+\omega_0^2}\left[\beta\,\mathrm{sh}(\beta L)+\omega_0\left(\frac{1}{\sin(\omega_0 L)}-\frac{\mathrm{ch}(\beta L)}{\mathrm{tg}(\omega_0 L)}\right)\right]+$$
$$+\frac{G}{2\beta}\left(1-e^{-2\beta L}\right). \qquad (17)$$

а в случае полного насыщения

$$\bar{P}_0(x)=\frac{2\beta G\,\mathrm{sh}(\beta L)}{\beta^2+\omega_0^2}\left[2(\beta^2-\omega_0^2)e^{-\beta L}+\right.$$
$$\left.+\omega_0\beta\left(\frac{1}{\sin(\omega_0 L)}-\frac{e^{-\beta L}}{\mathrm{tg}(\omega_0 L)}\right)\right]+\frac{G}{2\beta}\left(1-e^{-2\beta L}\right). \qquad (18)$$

Из (17, 18) видно, что для трещин малой длины в обоих соотношениях можно пренебречь вторым слагаемым в квадратных скобках (которое заключено, в свою очередь, в круглые скобки). Тогда зависимость средней амплитуды давления от ω_0 в случае (17) имеет вид

$$\bar{P}_0(x)=\frac{F}{\beta^2+\omega_0^2}+H, \qquad (19)$$

а в случае (18) эта зависимость слабее:

$$\bar{P}_0(x)=F\frac{\beta^2-\omega_0^2}{\beta^2+\omega_0^2}+H. \qquad (20)$$

Здесь F и H - не зависящие от ω_0 величины.

Для трещин достаточно большой длины, когда $L \approx \pi/\omega_0$, второй член в квадратных скобках уже нужно учитывать, причём при $\omega_0 L = \pi n$, $n = 1, ..., \infty$, т. е. при длинах трещины порядка десятка метров возможно резонансное поведение амплитуды давления (вследствие обращения $\sin(\omega_0 L)$ и $\mathrm{tg}(\omega_0 L)$ в нуль). Это согласуется с результатом [9] для случая двухступенчатой составной трещины.

При ещё больших длинах трещины амплитуда давления может менять знак (сжатия и разряжения, упомянутые выше), и средняя амплитуда становится непригодной для характеристики интенсивности отклика породы на низкочастотную вибрацию. Вместо неё можно использовать усредненный квадрат амплитуды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Подытожим основные результаты работы:

- Низкочастотная часть (до нескольких герц) отклика горной породы на возмущение в заметной мере зависит от степени и характеристик её трещиноватости, причём наиболее заметен вклад узких трещин (в т. ч. микротрещин) с высокой степенью параллельности стенок. (Следует, однако, помнить, что больший вклад таких трещин в общий отклик породы, по сравнению со вкладом пор, компенсируется тем, что основная доля жидкой компоненты породы содержится в порах, а не в трещинах.)
- Интенсивность этого отклика в заметно большей степени определяется упругими модулями насыщающего породу флюида (в полученные выражения для давления модули входят через скорость звука в жидкой компоненте), чем его вязкостью. Такой вывод согласуется с независимыми теоретическими и экспериментальными результатами, изложенными в [1].
- Частотная зависимость интенсивности отклика, при прочих равных параметрах трещиноватости, зависит от степени флюидонасыщенности породы (т. е. от граничных условий на краях трещин).
- Возможно резкое возрастание амплитуды среднего по трещине давления при больших размерах трещин (частотный резонанс). Отметим, что трещины большого размера чаще наблюдаются на границах пластов и по контуру коллектора, а также после гидроразрыва.

Трещиноватость может оказывать сильное влияние на спектр сигнала, провзаимодействовавшего с породой, обогащая его низкочастотную часть из-за колебаний жидкости в трещине с амплитудой, меняющейся в согласии с (19, 20).

Технология АНЧАР обладает лучшими из существующих нижним пределом регистрации частоты и разрешением в низкочастотной области. Она предпочтительна для изучения влияния описанных здесь эффектов от трещиноватости, сжимаемости поровой жидкости, насыщенности породы на спектр регистрируемого сигнала.

Интересно проверить справедливость изложенного выше приближения в природных условиях конечной проницаемости, вязкости [8, 9, 10, 11] и трещин произвольной формы. Представляет также интерес, возможно ли наблюдение таких тонких нелинейных эффектов, как интерференция колебаний от разных участков длинных трещин, а также эффектов из-за изменения характеристик породы в процессе разгазировки порового флюида при длительной вибрации [4], когда объёмная доля газа в пустотах породы медленно возрастает, меняя объём жидкости в трещине, скорость c_0 и граничные условия для давления на концах трещин. Аналогичные процессы возможны в процессе релаксации разгазированной породы.

Таким образом, технология АНЧАР, уже показавшая свою эффективность в сейсморазведке, может обладать интересными, пока ещё не изученными возможностями исследования строения породы, свойств порового флюида и давления в нём.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кондратьев О. К.*, 1986, Сейсмические волны в поглощающих средах: М., Недра.
2. *Корчагин С. А.* Механизм низкочастотных резонансов в пористой породе: Геофизика, 2000, **6**, 30 - 36; *Корчагин С. А.* Исправления к [2]: Геофизика, 2002, **6**, 75 - 76.
3. *Корн Г., Корн Т.*, 1984, Справочник по математике для научных работников и инженеров: М., Наука.
4. *Кузнецов О. Л., Графов Б. М., Сунцов А. Е., Арутюнов С. Л.*, 2003, Технология АНЧАР: о теории метода: Геофизика. Спецвыпуск Технология сейсморазведки-II, 103 - 107.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.*, 1986, Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика: М., Наука.
6. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.*, 1984, Теоретическая физика. Т. 1, Механика: М., Наука.
7. *Biot M. A.*, 1956, Theory of propagation of elastic waves in a fluid saturated porous solid: Low frequency range: Higher frequency range: J. Acoust. Soc. Amer., **28**, **2**, 168 - 191.
8. *Goloshubin G., Silin D., Vingalov V., Takkand G., Latfullin M.*, 2008, Reservoir permeability from seismic attribute analysis: The Leading Edge, **3**.
9. *Dvorkin J., Mavko G. and Nur A.*, 1990, The oscillations of a viscous compressible fluid in an arbitrary - shaped pore: Mechanics of Materials, **9**, 165 - 179.
10. *Dvorkin J., Mavko G. and Nur A.*, 1992, The dynamics of a viscous compressible fluid in a fracture: Geophysics, **57**, **5**, 720 - 726.
11. *Korneev V.*, 2008, Slow waves in fractures filled with viscous fluid: Geophysics, **73**, **1**, N1 - N7.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Степан Алексеевич КОРЧАГИН - старший научный сотрудник СургутНИПИ, кандидат физ.-мат. наук.