



В. В. Калинин
М. Л. Владов

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ВОЗМОЖНОСТЬ СОЗДАНИЯ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ АНТЕНН МАЛЫХ ВОЛНОВЫХ РАЗМЕРОВ ДЛЯ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ.

Часть 2. Приближение сферических волн

АННОТАЦИЯ. В продолжение предыдущей статьи авторов приведены теоретические выкладки для оценки влияния сферичности фронта волны на амплитуду сигнала. Рассмотрены варианты приёма с помощью одиночного датчика давления и комбинированной системы из трёх приёмников при сейсмических исследованиях в транзитных зонах. Приведены расчёты и оценки для характерной формы импульса при морских исследованиях с источником типа центра расширения.

ABSTRACT. There are theoretical calculations for spherical waves and some variants of receivers. Some estimations of the amplitudes of spherical wave made in the article. The margins of plane wave approach for the typical wave form of marine seismic sources are considered.

В предыдущей статье о создании направленных антенн малых волновых размеров (“Технологии сейсморазведки” № 2, 2009 г.) обсуждались вопросы, возникающие при приёме плоских волн давления в жидкости.

Ниже рассмотрены особенности таких устройств, связанные со сферичностью фронта принимаемых волн.

В первом случае в качестве антенны используется комбинация из геометрически совмещённых приёмника давления (ПД) и приёмника скорости смещения (ПС). Предполагается, что оба приёмника не имеют частотно-фазовых искажений, являются точечными, ось чувствительности ПС совпадает с осью X . Тогда колебательная скорость частиц жидкости $V(t, r)$ и давление в волне $P(t, r)$ связаны соотношением:

$$\rho dV(t, r)/dt + \text{grad}P(t, r) = 0. \quad (1)$$

Для точечного сферического источника $P(t, r) = (P_0 r_0)F(t - r/c)/r = P_0^* F(t - r/c)/r$, где c - скорость звука; $P_0 r_0 = P^*$ - давление на единичном расстоянии r_0 от источника; расстояние r_0 введено для того, чтобы выполнялось равенство размерностей $\dim P(t, r) = \dim P_0 = \text{Па}$, где P_0 - давление в плоской волне $P(t, r) = P_0 f(t - r/c)$.

Интеграл по времени выражения (1) даёт:

$$V(t, r) = P_0^* F(t - r/c)/(\rho cr) + (P_0^*/\rho r^2) \int_{-\infty}^{\infty} F(t - r/c) dt. \quad (2)$$

Второй, так называемый, неволновой член в формуле (2) и определяет отличие в зависимости V от $P(t, r)$ для сферических и плоских волн.

Для физически реализуемых сигналов $F(t - r/c) = V(t, r) = 0$ при $t - r/c \leq 0$ и $F(t - r/c) = V(t, r) = 0$ при $r = \infty$ и $t = \infty$. При этих естественных ограничениях на функцию $F(t, r)$ из (2) получим известное соотношение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(t, r) dt = 0. \quad (3)$$

То есть постоянная составляющая давления в сферической волне равна нулю (волна всегда не менее чем двухполярная по форме), и операция интегрирования по времени в частотной области сводится к умножению на $(1/j\omega)$ в соответствующих частотных соотношениях. Второе очевидное следствие, вытекающее из формулы (3), состоит в том, что спектр сферической волны произвольной формы $S(j\omega) \equiv 0$ при $\omega = 0$. Следовательно, для гармонического сигнала $P(t, r) = (P_0^*/r)e^{j\omega(t-r/c)}$ из (2) получаем:

$$V(\omega, r) = (P_0^*/r)(1/\rho c)[1 + c/j\omega r]e^{j\omega(t-r/c)}. \quad (4)$$

Проекция вектора скорости V на ось чувствительности ПС, очевидно, $V = V \cos\phi$, и, следовательно, сигнал на выходе комбинированного приёмника ПС+ПД:

$$P_{\Sigma}(t, r) = P(t, r) + \rho c \mathcal{K}(t, r) \cos \varphi =$$

$$= P(t, r)(1 + \cos \varphi) + (c \cos \varphi / r) \int_{-\infty}^t P(t, r) dt; \quad (5)$$

$$P_{\Sigma}(j\omega, r) = P(j\omega, r)[(1 + \cos \varphi) + (c \cos \varphi / j\omega r)] =$$

$$= P(j\omega, r)[(1 + \cos \varphi) - (j\lambda / 2\pi r) \cos \varphi], \quad (6)$$

где $\lambda = \omega/c$; $P(j\omega, r) = (1/r)e^{-j\omega r/c}$.

Выражение в квадратных скобках в формуле (6) и определяет характеристику направленности комбинированного приёмника, которая в отличие от случая плоских волн ($r = \infty$) оказывается частотно-зависимой. Для сферической волны общего вида $P(t, r)$ со спектром $S(j\omega)$ спектр выходного сигнала

$$S_{\Sigma}(j\omega, r) = S(j\omega, r)[(1 + \cos \varphi) - (j\lambda \cos \varphi) / \omega r] =$$

$$= S(j\omega r) K(j\omega, r, \varphi). \quad (7)$$

Вторые члены в формулах (5) и (6) определяют степень различия в “амплитудах” регистрируемых волн, распространяющихся по встречным направлениям $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$, и они же определяют минимальное расстояние r_{\min} , допустимое по соображениям “малости” поправки за сферичность фронта принимаемой волны. Заметим, что сигнал $P^-(t, r)$, образованный из разности сигналов ПС и ПД, образует характеристику направленности, повернутую на угол π , относительно характеристики, сформированной суммарным сигналом $P^+(t, r)$.

Рассмотрим *второй случай*, связанный с практической реализацией антенны ПС+ПД, когда могут возникнуть трудности выравнивания собственных частотных характеристик ПС и ПД - реальных устройств, а не их теоретических прототипов. Комбинация из трёх однотипных

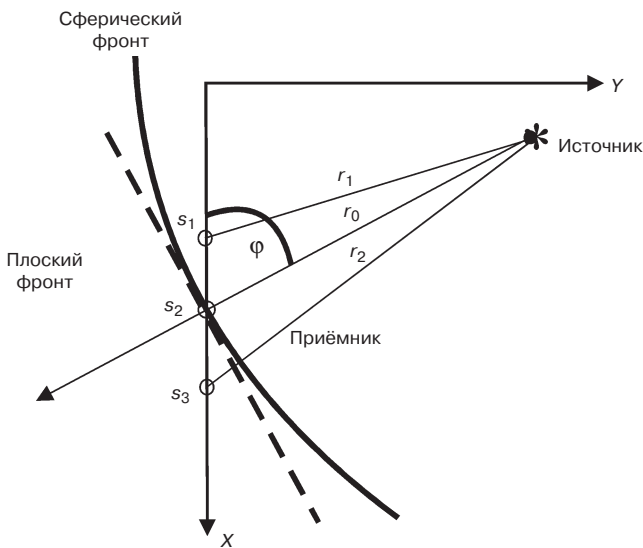


Рис. 1. Взаимное положение сферического фронта волны и приёмной антенны из трёх точечных приёмников давления

приборов (рис. 1) или единственного прибора, последовательно размещаемого на интервале $(x_0 + s; x_0; x_0 - s)$, снимет эту техническую проблему, если, конечно, источник упругих волн имеет необходимую стабильность характеристик. Этот последний алгоритм был нами успешно опробован при каротаже мелких скважин для разделения восходящих и нисходящих гидроволн [4]. Геометрия анализируемой приёмной системы из точечных ПД изображена на рис. 2. Пусть, как и ранее в тексте, $P(t, r) = (P_0 r_0) e^{j\omega(t-r/c)}/r$, тогда из геометрии рис. 2 получаем:

$$r_1 = (r^2 + s^2 - 2rs \cos \varphi)^{1/2} = r(1 - \Delta),$$

$$r_2 = (r^2 + s^2 - 2rs \cos \varphi)^{1/2} = r(1 + \Delta),$$

$$\text{где } r = (r_0^2 + s^2)^{1/2}; \Delta = (r_0 s / r) \cos \varphi. \quad (8)$$

С точностью до третьего члена в разложении

$$(1 \pm x)^{1/2} = 1 \pm x/2 - x^2/8 \approx 1 + x/2$$

выражение

$$P(t, r_1) - P(t, r_2) = \Delta P(t, r, s) =$$

$$= P_0^* [e^{-j\omega(t-r/c)}/r_1 - e^{-j\omega(t-r/c)}/r_2] \quad (9)$$

является аналогом $\text{grad} P(t, r)$ в конечных разностях. Задача теперь состоит в оценке тех значений s , которые обеспечивают заданную точность приближения $\text{grad} P(t, r)$.

Опустим временной множитель $e^{-j\omega t}$ в формуле, описывающей гармоническую сферическую волну, и будем рассматривать только геометрический множитель $e^{-j\omega r/c}/r = P(\omega, r)$ в дальнейшем анализе. С точностью до членов второго порядка малости получим из выражения (9):

$$\Delta P(\omega, r) = P_0^* (e^{-jkR}/r) [e^{jkR/(1-\Delta)} - e^{jkR/(1+\Delta)}] =$$

$$= (P_0^* 2 / (1 - \Delta^2)) [j \sin kR + \Delta \cos kR], \quad (10)$$

где $k = \omega/c$; $R = r\Delta$.

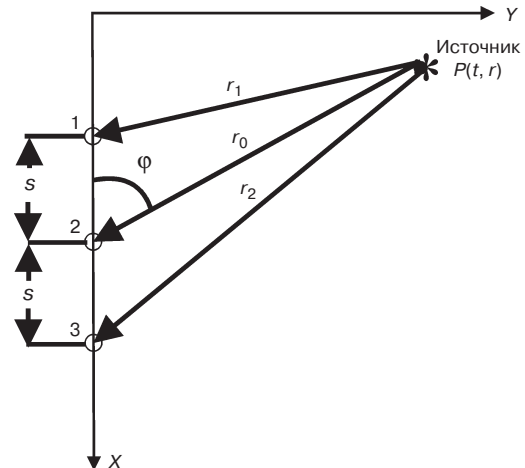


Рис. 2. Геометрия приёмной антенны

Интеграл по времени t функции $\Delta P(t, r, s)$ в частотной области в силу выражения (3) сводится к умножению $\Delta P(\omega, r)$ на $1/j\omega$. Интеграл от квазиградиента, образованного разностным сигналом от приемников давления 1 и 3:

$$\Delta P_1(\omega, r) = P_0^*(e^{-jkr}/r)[\text{sink}R - j\Delta\text{cos}kR] 2/(1 - \Delta^2)\omega. \quad (11)$$

При условии $kr = (\omega/c)r\Delta\text{cos}\varphi = (\omega/s/c)(r_0/r)\text{cos}\varphi \ll 1$; $\text{sink}R = kR$, $\text{cos}kR = 1$ из выражения (11) получим:

$$\Delta P(\omega, r) = 2[1 - j\lambda/(2\pi r)](s/c)(r_0/r)\text{cos}\varphi e^{-jkr}/r. \quad (12)$$

Окончательно суммируя сигналы с приёмника 2 и умноженный на $(c/2s)$ разностный сигнал $\Delta P(\omega, r)$, получим в приближении $\text{sin}x = x - x^3/6 + \dots \approx x$ и $\text{cos}x = 1 - x^2/2 + \dots \approx 1$. Из формулы (9) получим

$$P_\Sigma(\omega, r) = (e^{-jkr_0}/r_0)[1 + (p \text{cos}\varphi)(1 - j\lambda/(2\pi r))]P_0^*. \quad (13)$$

$$\text{Здесь } p = (r_0/r)^2/(1 - \Delta^2) \text{ и } (2\pi s/\lambda)(s/2r_0) \ll 1. \quad (14)$$

При $s/r = 0,2; 0,3; 0,4$ значения $P = 0,998; 0,993; 0,978$ соответственно.

Во временной области сигнал, образованный такой трёхточечной антенной,

$$P_\Sigma(t, r) = (P_0 r_0 / r) \times [P(t, r)(1 + p \text{cos}\varphi) + p \text{cos}\varphi (c/r) \int_{-\infty}^{\infty} P(t, r) dt]. \quad (15)$$

Таким образом, антенна из трёх идентичных приемников давления, расположенных на базе $L = 2s$, и антенна из комбинации приёмника скорости и приёмника давления дают практически одинаковые результирующие сигналы при $s/r \leq 0,3$, т. е. при $s/\lambda \leq 1$, как это следует из формулы (15).

Формула (15) физически определяет те расстояния между сферическим источником и приёмной антенной, при которых имеют место условия “дальнего поля”, т. е. мало влияние разности хода от источника к различным приёмникам и одновременно выполняется “хорошее” дифференцирование сигнала на “малых” базах s . С погрешностью 4% производная $(\text{sin}x)' = \text{cos}x \approx 1$ при $x \leq 0,3$ и таким образом условие $s/\lambda \leq 1$ выполняется уже при $s/\lambda_{\text{min}} \leq 0,3$.

Вторые слагаемые в формулах (5) и (15) приводят к ухудшению характеристики направленности комбинированной антенны, которая теперь принимает волны и при углах $\varphi = \pi$. Наиболее неприятный случай - мелководье, когда кратные волны в водном слое с резкой акустической границей вода-дно создают трудно читаемую волновую картину. Для плоских волн, волны, приходящие под углом $\varphi = \pi$, подавляются полностью.

Для оценки того, насколько эффективна сложная антенна по сравнению с единичным приёмником давления, расположенным в той же точке, ниже приведены расчёты для источников типа пневмопушки, спаркера и т. п. невзрывных источников, которые в свободном пространстве возбуждают подобные по форме импульсы давления, схематизированная форма которых приведена на рис. 3.

Свободная поверхность вода-воздух при заглублении источника упругих волн приводит к появлению волны-спутника с полярностью, обратной полярности волны, падающей на эту границу. Максимальная энергия суммарного импульса, формирующего поле отражённых волн, достигается при, так называемом, оптимальном согласовании по энергии [3].

Для этого случая форма суммарного импульса приведена на рис. 3, в. На рис. 4 представлен интеграл по времени, определяющий неволновое слагаемое в формуле (5). Введём безразмерное время $\tau = t/T$, где T - полная

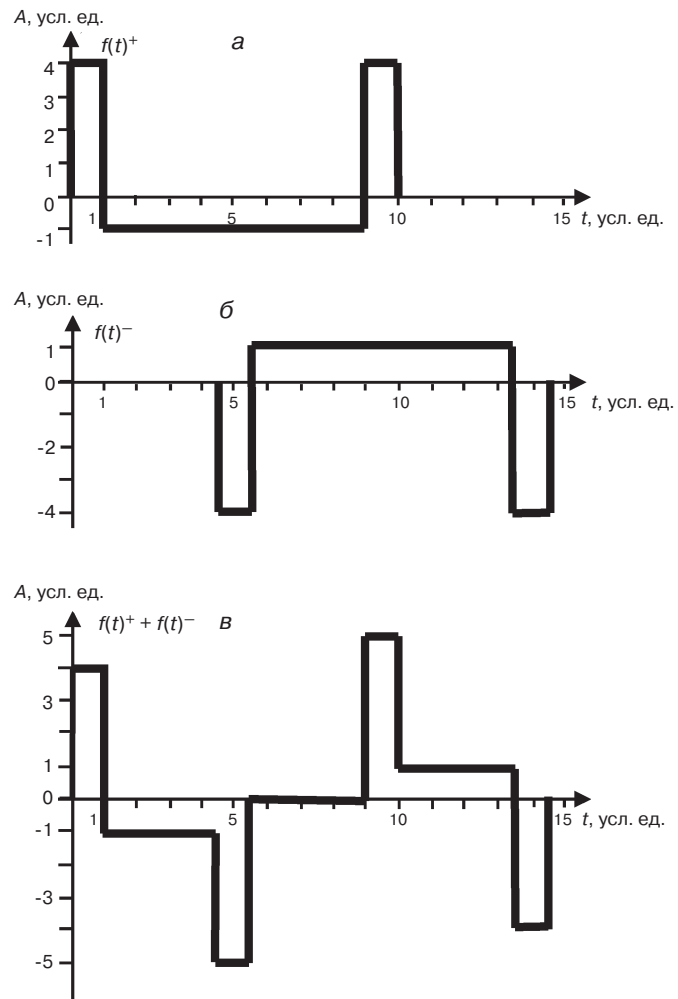


Рис. 3. Обобщённая форма импульса от заглублённого источника избыточного давления типа центра расширения: а - исходный импульс в источнике; б - импульс, отразившийся от поверхности вода-воздух; в - суммарный импульс в приёмнике

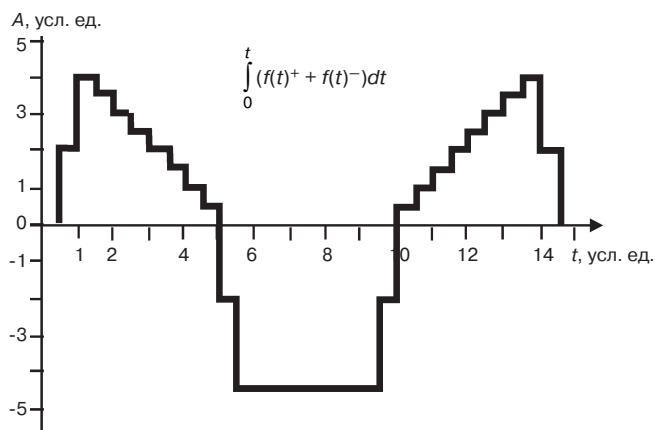


Рис. 4. Интеграл формы суммарного (согласованного) импульса рис. 3

длительность зондирующего сигнала. Тогда с учётом того, что $P_{\Sigma}(t) = 0$ при $t \leq 0$, формула (5) примет вид

$$\begin{aligned}
 P_{\Sigma}(\tau, r) &= P_0^*(1/\rho cr)[(1 + \cos\varphi)F(\tau, r) + \\
 &+ \cos\varphi(cT/r) \int_0^{\tau} F(\tau, r) d\tau = \\
 &= P_0^*(1/\rho cr)[(1 + \cos\varphi)A + \cos\varphi B].
 \end{aligned}$$

Ввиду того что формы волн, принимаемых одиночным приёмником давления и комбинированной антенной группой, не совпадают, мы для сравнения выбрали отношение $M = A/A_1$ максимального размаха регистрируемых колебаний для обеих систем приёма.

Далее при расчётах принято, что коэффициент отражения $K_{отр}$ на границе вода-дно не зависит от спектрального состава падающих волн (что для сферических волн не имеет места), а на границе вода-воздух $K_{отр} = -1$ независимо от геометрии фронта падающей на эту границу волны. Численные расчёты проведены для $T = 5 \cdot 10^{-3}$ с, что соответствует электроискровому источнику с энергией 2000 Дж (ёмкость $C = 40$ мкФ; напряжение заряда $U = 10$ кВ [3]), позволяющему в “средних” сейсмогеологических условиях проводить разведку с глубиной 100 - 200 м по грунту.

В табл. 1 представлены расчёты отношения сигнала на выходе комбинированного приёмника A к сигналу на

1. Отношение амплитуд выходных сигналов антенны и одиночного приёмника давления

r	Тип волны в водном слое			
	прямая	1-я кратная	2-я кратная	3-я кратная
5	1,42	0,47	0,20	0,13
10	0,71	0,24	0,10	0,06
15	0,47	0,16	0,07	0,04
20	0,36	0,12	0,05	0,03
25	0,28	0,09	0,04	0,026
30	0,24	0,08	0,03	0,022

выходе одиночного приёмника давления для волн, распространяющихся в водном слое.

Особый интерес представляет эффективность комбинированного (группового) приёмника для отражённых волн, приходящих снизу ($\varphi = 0$), по сравнению с одиночным приёмником давления. Ниже приводятся расчёты для ситуации, когда первая отражающая граница расположена на том же временном интервале, что и первая полнократная волна в водном слое. Для простоты расчётов принято, что скорость звука в придонном слое c_1 равна скорости звука c в воде. Это даёт заниженные значения для комбинированного приёмника, примерно как отношения истинных скоростей в придонном слое и в воде за счёт разницы в расхождении сферических волн в обеих средах. Если коэффициент отражения на границе вода-дно K_0 , а на подошве придонного слоя грунта K_1 и в обеих средах нет частотно-зависимого поглощения, то отражённый сигнал, регистрируемый у дна пропорционален $(1 - K_0^2)K_1$, а сигнал от кратной волны пропорционален K_0 .

При этих условиях отношение сигнала, отражённого от подошвы слоя A_1 , к сигналу первой полнократной волны A_1^1 равно n , где

$$|n| = |(1 - K_0^2)K_1/K_0| = A_1/A_1^1$$

для одиночного приёмника давления и, соответственно, m для комбинированного приёмника, где

$$|m| = |n|[(2A + B)/B] = |n|M_2(r) = |n|(A/A_1^1).$$

Результаты расчётов приведены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, использование комбинированного приёмника существенно улучшает отношение отражённого сигнала к сигналу от первой кратной волны даже на предельно малых глубинах воды.

Отметим, что спектр зондирующего сигнала (рис. 5) имеет вид прогрессивно уменьшающихся лепестков с абсолютным максимумом на частоте $f \approx 1/T$, т. е. примерно 200 Гц, что соответствует длине волны примерно 7,5 м. Таким образом, до глубин примерно 15 м приёмник находится существенно в неволновой зоне, которая для монохроматического сигнала простирается до расстояния

2. Отношение сигналов для отражённых волн от дна и поддонной границы для одиночного датчика давления и комбинированного приёмника

r	K_0, K_1 - произвольные		$K_0 = 0,5, K_1 = 0,1$	
	$ n = A_1/A_1^1$	$ m = n (A/A_1^1)$	$ n = A_1/A_1^1$	$ m = n (A/A_1^1)$
5	n	$ n 5,23$	0,15	0,79
10	n	$ n 9,47$	0,15	1,42
15	n	$ n 13,67$	0,15	2,05
20	n	$ n 17,93$	0,15	2,69
25	n	$ n 22,18$	0,15	3,33
30	n	$ n 26,35$	0,15	3,95

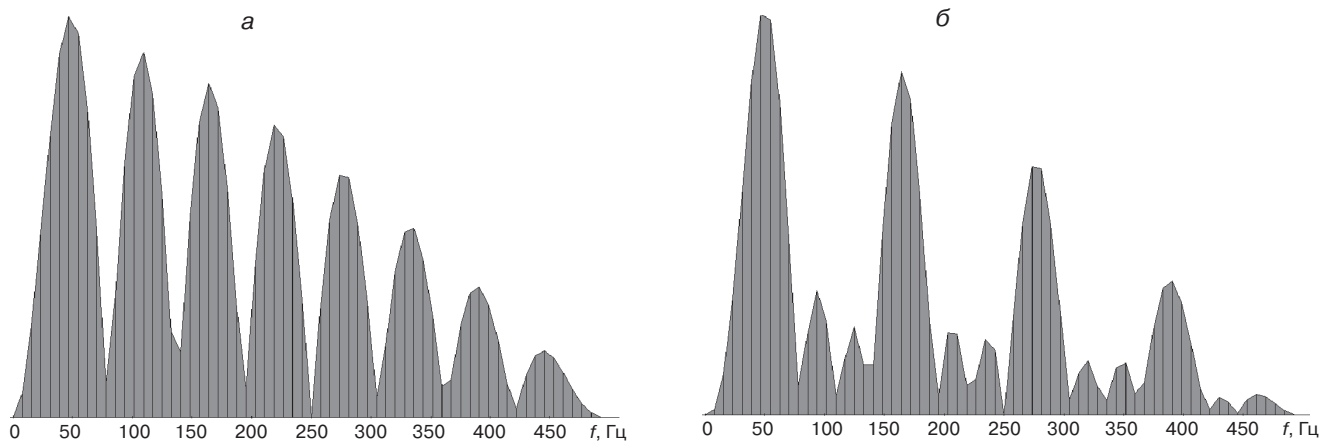


Рис. 5. Модули спектров зондирующего сигнала (а) и “согласованного” импульса (б)

яний $1\lambda - 2\lambda$, где с погрешностью не более 10% можно пользоваться лучевыми представлениями [1, 2]. Следствием этого известного факта является несовпадение формы отражённой и падающей волн. В реальных геологических средах всегда имеет место частотно зависимое поглощение, приводящее к трансформации прошедшего через среду сигнала даже для случая плоской волны. В результате теряется определённая значимость коэффициента отражения для немонахроматических зондирующих сигналов. Поэтому n имеет фактически ориентировочное значение.

Учёт сферичности фронта излучаемых источником волн резко ухудшает характеристику избирательности комбинированных приёмников по сравнению с их возможностями в случае плоских волн, для которых теоретически $|m| = \infty$.

Тем не менее приведённые расчёты убеждают в том, что комбинированные приёмники обладают потенциаль-

но большей эффективностью, чем одиночные приёмники давления даже на предельно малых глубинах воды, когда не выполняются условия малости длин волн, генерируемых источником, в сравнении с расстоянием до отражающих границ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бреховских Л. М., 1948, Отражение сферической волны от плоской границы раздела двух сред: Журнал технической физики, **18**, 4, 455 - 472.
2. Володичева М. И., Лопухов К. В., 1996, Влияние сферичности акустической волны на процесс её отражения от плоской границы раздела двух жидких сред: Акустический журнал, **42**, 5.
3. Калинин А. В., Калинин В. В., Пивоваров Б. Л., 1983, Сейсмоакустические исследования на акваториях: М., Недра.
4. Калинин В. В., Калинин А. В., Владов М. Л., 1991, Метод подавления восходящих и нисходящих волн в сейсморазведке: Вестник Московского университета. Серия Геология, **6**, 708 - 711.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Виктор Васильевич КАЛИНИН - профессор кафедры сейсмометрии и геоакустики геологического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, доктор физ.-мат. наук.

Михаил Львович ВЛАДОВ - заведующий кафедрой сейсмометрии и геоакустики геологического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова, доктор физ.-мат. наук.