М. С. Денисов

ООО "ГЕОТЕХСИСТЕМ", МОСКВА

СМОГ ЛИ М. БОРН ПОДРУЖИТЬ ТЕОРИЮ И ПРАКТИКУ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ?

ВВЕДЕНИЕ. Заметка публикуется в рамках дискуссии, инициированной Г. И. Петрашенем и А. Г. Рудаковым [9] во втором номере журнала "Технологии сейсморазведки" за 2008 г., поддержанной в статьях [2 и 3], опубликованных в этом же журнале, и продолженной А. В. Масюковым в третьем номере журнала [6]. Для начала воспользуюсь возможностью поблагодарить А. В. Масюкова (в дальнейшем, для краткости, - А. М.) за публичное участие в дискуссии, так как при подготовке к печати работы [9] многочисленные оппоненты ограничивались лишь устными замечаниями (призывая эту статью не публиковать). В результате второй номер журнала содержит отзывы только сторонников позиции Г. И. Петрашеня и А. Г. Рудакова (в дальнейшем - Г. П. и А. Р.), т. е. дискуссии, которую хотели начать Г. П. и А. Р., не получилось. Теперь же опубликован письменный отклик, и дискуссия может быть продолжена.

В пользе развития дискуссии автор этой заметки убедился в процессе общения не только с оппонентами работы Г. П. и А. Р., но и с молодыми специалистами, недавними выпускниками вузов. Все студенты, дипломники или аспиранты, с кем довелось беседовать в последнее время, на вопрос о геофизическом обосновании известных процедур обработки приводят идею точечных дифракторов, из которых состоят реальные горные породы. Понятно, что почти никто из них не видел работ [9, 2, 3]. Однако А. М., прочитавший эти статьи, судя по всему, посчитал приведённые аргументы неубедительными (полагаю, это также свидетельствует о пользе более детального обсуждения поднятых вопросов), что позволило в виде вывода работы [6] заявить, что "в сейсморазведке теория и практика на самом деле дружат". В то же время Ю. П. Ампилов в заглавии работы [2] утверждал обратное. Неужели Юрий Петрович пошутил, и теория с практикой всё-таки дружат? Давайте разберёмся.

СУЩЕСТВУЮТ ЛИ ДИФРАКТОРЫ В ОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ?

Автор заметки считал, что в работе [3] он сумел показать, что аргументы Г. П. и А. Р. не противоречат ни нашим традиционным представлениям о структуре горных пород, ни установившемуся графу обработки данных сейсмических наблюдений: "Статья Г. И. Петрашеня и А. Г. Рудакова не опровергает используемые нами подходы, не призывает к революционным преобразованиям и не подрывает основы (хотя в своё время именно это увидели в ней некоторые оппоненты). Она предлагает нам продолжать исследования в русле классической сейсморазведки (т. е. придерживаться научного подхода) и, в частности, искать надёжные, разумные и достоверные обоснования зачастую интуитивно "нащупанным" алгоритмам обработки данных, которые хорошо зарекомендовали себя на практике и прочно вошли в традиционные графы обработки" (цитата из [3]). Однако, как оказалось, в этом убедились не все. В первом же предложении [6] утверждается: "Содержанием статьи [9] является противопоставление строгих математических теорий (распространения упругих волн) и практических методов обработки данных сейсморазведки". Поэтому продолжим обсуждение.

Ввиду того, что все упомянутые статьи были опубликованы в предыдущих номерах журнала, напомним читателям основные утверждения, сделанные в них. В [9] утверждается, что реальные горные породы не являются совокупностью бесконечного числа бесконечно малых дифракторов (точечных дифракторов), а принцип Гюйгенса, который основан именно на точечном описании среды, есть ни что иное, как абстракция, т. е. удобный математический способ изучения волновых процессов, протекающих в упругих средах. Рассуждения проводятся, в первую очередь, для однородной среды. Показано, что однородная среда не может содержать точечных дифракторов, порождающих вторичные волны под действием “запальной” волны.

В работе [6] на основании так называемого борновского приближения (являющегося одним из возможных, асимптотических способов решения волнового уравнения в неоднородных средах) делается заключение о том, что при взаимодействии с волной неоднородная среда ведёт себя как совокупность вторичных точечных источников, или дифракторов. Большая часть статьи посвящена обсуждению сейсмической миграции.

Из сказанного понятно, почему чтение работы [6] вызывает недоумение. В самом деле, причём здесь *неоднородные* среды, если Г. П. и А. Р. рассуждают о свойствах *однородных* сред? Зачем столько рассуждений про миграцию, в частности, для чего приводится “определение правильной миграции”, если слово “миграция” в статье [9] вообще *не используется*? Почему в [6] *ни разу* не упоминается принцип Гюйгенса, анализу которого посвящена вся целиком работа [9]?

Зададимся вопросом: если критиковать Г. П. и А. Р. не за те утверждения, которых они не делали, а по существу их работы, то смог бы А. М., следуя предложенной им логике, показать, что однородная среда состоит из точечных дифракторов? Так как ответа на этот вопрос в работе [6] мы не находим, приведём эти рассуждения здесь (для простоты изложения будем допускать упрощения, не влияющие на корректность рассуждений).

Для разложения интегрального оператора, следующего из волнового уравнения, в ряд (обычно называемый рядом Неймана [7]) требуется представить скорость $c(x)$, которой характеризуется среда, в виде $c(x) = c_0 + c_1(x)$. Здесь x - радиус-вектор некоторой системы координат, в которой задана среда и положения приёмников и источников. Величина c_0 определяет “фоновое” значение скорости в среде, $c_1(x)$ - отклонения от фонового значения (возмущение скорости). Если среда устроена так, что отклонения малы по сравнению с фоном, то при расчёте волнового поля можно с достаточной степенью точности ограничиться только двумя членами ряда Неймана. Пусть среда однородна: $c(x) = c_0$. Обозначим первый член ряда через p_0. Он соответствует волновому процессу, протекающему в однородной среде, характеризуемой скоростью c_0. Второй член ряда Неймана p_1 получается с учётом неоднородности среды, описываемой функцией возмущения $c_1(x)$. Искомое волновое поле p является суммой $p_0 + p_1$, т. е. p_1 является поправкой, которая корректирует p_0 за влияние неоднородности среды. Такая неоднородность может учитывать наличие в среде дифракторов, тогда в p_1 присутствует поле, рассеянное дифракторами. Так как в однородной среде $c_1(x) = 0$, то получим $p_1 = 0$. Поле, обусловленное влиянием дифракторов, нулевое. Таким образом, следуя логике рассуждений, предложенной А. М., приходим к утверждению, что однородную среду нельзя описывать как совокупность точечных дифракторов. Волновое поле, рассеянное однородной средой, равно нулю, иначе говоря, точечных дифракторов в ней нет. Это именно то, что утверждают Г. П. и А. Р. В чём же тогда заключается объект критики? Утверждение, встречающееся в статье [6], что на мелкомасштабных неоднородностях среды могут наблюдаться эффекты дифракции, является очевидным. Оно не противоречит ничему из сказанного Г. П. и А. Р., и в [9] присутствуют все необходимые оговорки. К вопросу, что же можно считать мелкомасштабной неоднородностью, а что таковой не является, мы вернёмся ниже.

В работе [6] также предлагается использовать борновское приближение для представления поля волн, отражённых от глубинных границ. Посмотрим, противоречит ли в этом случае борновское приближение представлению о структуре среды, в которой нет места точечным дифракторам? Можно ли “увидеть” такие дифракторы, представив поле отражённой волны в виде интегралов, следующих из борновского приближения?

Пусть среда составлена из двух однородных полупространств, разделённых криволинейной границей Σ. Источник колебаний и точка наблюдений расположены по одну сторону от Σ. Тогда следует выбрать возмущение скорости $c_1(x)$ в виде функции Хевисайда, т. е. ступеньки, претерпевающей скачкообразное изменение на Σ. Подставим $c_1(x)$ в соответствующе интегральное уравнение. После несложных математических преобразований (которые можно проделать самостоятельно или ознакомиться с ними в работе [16]) мы придём к интегральной формуле Кирхгофа для поля отражённой волны. В работе [3] эта формула подробно изучена на предмет её связи с гипотезой точечных дифракторов. Показано, что она не может служить обоснованием этой гипотезы. Напротив, интегральная формула Кирхгофа использует представление среды в виде совокупности достаточно протяжённых площадок (для типичных задач сейсморазведки масштаб этих площадок составляет десятки метров), на которых происходит отражение и преломление волн. Таким образом, борновское приближение в задаче отражения волн никак не противоречит утверждениям, которые мы находим в [9].

В статье [9] неоднократно повторяется, что предметом критики является модель среды как совокупности независимо действующих точечных дифракторов, возбуждаемых “запальной” волной. Автору настоящей заметки непонятно, как можно возражать против такой критики. В самом деле, модель независимо действующих точечных дифракторов была введена Х. Гюйгенсом при рассмотрении процессов распространения света. Однако вскоре О. Ж. Френель, а затем Г. Р. Кирхгоф показали её несостоятельность. Чтобы, критикуя позицию Г. П. и А. Р., увидеть среду как совокупность независимых точечных дифракторов, необходимо найти ошибку в построениях О. Ж. Френеля и Г. Р. Кирхгофа. Но как мы должны представлять себе строение реальной горной породы, которая адекватно описывается такой моделью? Какой должна быть структура вещества, чтобы его отдельные соседние микрокомпоненты не взаимодействовали бы между собой? Таких горных пород, составленных из автономных частиц, не существует [11, 12]. Можно попытаться представить себе среду, в которой отдельные микрообъекты не соприкасаются и “погружены” в вакуум, наподобие планет в галактиках. Но и планеты не являются независимыми друг от друга объектами, так как связаны гравитационными взаимодействиями. Таким образом, физических моделей горных пород, которые можно было бы описать как совокупность независимых элементов, в природе не существует.

Полагаю, что с критическими замечаниями в адрес работы [9] мы разобрались. Обратимся теперь к анализу основных утверждений работы [6] и способов, при помощи которых они получены. При этом, однако, мы придерживаемся той темы, которая является предметом дискуссии, инициированной Г. П. и А. Р. Поэтому не будем касаться вопросов, связанных с сейсмической миграцией и т. п., оставив эту часть статьи [6] без комментариев.

Конечно же, разве может утверждение, что в средах, содержащих неоднородности, могут наблюдаться эффекты рассеяния и отражения волн, быть предметом дискуссии? Ни автор этой заметки, ни Г. П. и А. Р. против этого не возражают. То, что борновское приближение способно описывать соответствующие эффекты - факт бесспорный. Заметим также, что на сходство интегральных формул для поля волны, однократно рассеянной на неоднородностях среды, и поля, вызванного срабатыванием источников, совпадающих с этими неоднородностями, указывают многие исследователи - см., например, [10]. При этом, однако, сразу же делается принципиальная оговорка, что не следует, основываясь на интегральном (т. е. непрерывном) виде выражения для волнового поля в борновском приближении, полагать, что эквивалентные источники распределены непрерывно: "Непрерывное распределение источников равносильно конечному числу (порядка V/a^3) дискретных некоррелированных источников. Именно в этом и лежит причина сходства формул". Через V обозначен объём, занимаемый областью неоднородности, a - характерный линейный размер неоднородности.

Выписав интегральный оператор, следующий из борновского приближения, А. М. начинает рассуждения о точечных дифракторах. К сожалению, интерпретация, которую А. М. даёт интегральному оператору, противоречивая. В самом деле, сперва утверждается:

1) "Согласно формулам теории возмущений, рассеянное сплошной средой поле есть поле точечных источников (дифракторов)".

Чуть ниже приводится иная трактовка результата:

2) "Борновское приближение рассеяния является строгим обоснованием представления сейсморазведчиков о вторичных дифракторах, связанных с мелкомасштабными неоднородностями среды".

По мнению автора заметки, утверждение 1) не согласуется с 2). Действительно, в рамках дискуссии мы вслед за её инициаторами Г. П. и А. Р. говорим о точечных дифракторах как о материальных точках (это соответствует принципу Гюйгенса, обсуждению которого посвящена работа [9], к тому же, это согласуется с тем, что дифракторы называются "точечными"). Поэтому если фразу 1) прочитать именно так, то кажется, что А. М. стоит на позиции реальности существования таких точечных дифракторов. Это отчасти находит подтверждение в дальнейших рассуждениях, где в *непрерывной* функции (т. е. определённой в каждой точке среды) $c_1(x)/c_0$ видится "пространственная плотность дифракторов" в "сплошной среде". Если это так, то обсуждению соответствующей точки зрения посвящён следующий раздел заметки. С другой стороны, формулировка 2) оперирует понятием "мелкомасштабных неоднородностей", под которыми, по-видимому, подразумеваются различного рода мелкие вкрапления. Разумеется, они уже не являются материальными точками. Автору заметки представляется, что сейсморазведчики не могут выделять в регистрируемых волновых полях волны, рассеянные на таких неоднородностях. Обсуждению этого вопроса посвящены два последних раздела заметки.

БЕСКОНЕЧНО МАЛОЕ ПРИРАЩЕНИЕ АРГУМЕНТА ИЛИ ТОЧЕЧНЫЙ ДИФРАКТОР?

Реальная горная порода состоит из атомов, и волновые процессы в таких средах, разумеется, определяются характером колебаний атомов. Поэтому изучать волновые процессы можно, выписывая уравнение колебаний для каждого атома. По понятным причинам такой подход невозможно реализовать на практике. Поэтому для получения альтернативного, асимптотически приближённого решения мы рассматриваем реальную породу как сплошное тело, т. е. идеализируем её. Это открывает возможность привлечения удобного математического аппарата теории непрерывных функций, на основании которой выписываются интегральные и дифференциальные уравнения, характеризующие колебания идеализированной среды. И здесь нужно быть крайне осторожным, чтобы не приписывать математическому аппарату геофизических свойств. Как верно отмечает А. М., если записать интегральное уравнение приближения Борна, то волновое поле в среде будет характеризоваться интегрированием по объёму, занимаемому веществом (т. е. получим "непрерывное суммирование в каждой точке"). Тем самым можно задавать свойства среды непрерывно, в каждой её точке. Например, плотность, линейно возрастающая с глубиной, имеет в каждой точке различные значения. Но что такое плотность в точке? По определению, плотность ρ есть отношение массы m к занимаемому ею объёму V. Для получения плотности в точке требуется рассмотреть предел $\lim\limits_{V\to 0}\dfrac{m}{V}$. И тогда мы будем получать различные значения этого отношения в зависимости от положения объёма V. Действительно, если говорить о сплошной однородной среде, то, уменьшив объём, например, вдвое, мы получили бы это же значение плотности. Но для неидеализированной реальной среды мы приходим к абсурдным заключениям. Пусть в объёме V содержится всего один атом. Что будет, если его уменьшить вдвое? Таким образом, для реальных сред о подобных пределах говорить нельзя, а "плотность", "скорость" и т. п. являются макрохарактеристиками горных пород, которые можно определить только для достаточно больших объёмов V. Это лишает понятие точечного дифрактора какого-либо геофизического смысла. При записи выражений для волнового поля нелишне держать в памяти то, что операция интегрирования как перебор характеристик среды (в данном случае возмущения скорости $c_1(x)$) условна, она обладает геофизическим смыслом только на макроуровне. Её геофизическая интерпретация на микроуровне (попытка обнаружить точечные дифракторы) некорректна и приводит к противоречиям.

При выводе динамических уравнений теории упругости (в которых фигурируют скорости и плотности, т. е. макрохарактеристики среды) уже заложено свойство крупномасштабности среды, в том числе и её неоднородностей. Поэтому попытки выделить из этих уравнений микрохарактеристики горных пород необоснованны (хотя и могут казаться оправданными с точки зрения математического аппарата, позволяющего проводить такие лишённые геофизического смысла рассуждения). Поясним это на примере вывода волнового уравнения.

Реальные вещества состоят из атомов, связанных межатомными связями (заметим, что даже если на роль точечных дифракторов мы будем "примерять" атомы, то всё равно в силу наличия взаимодействий они не могут рассматриваться как независимо действующие элементы). В работах акад. Л.И. Мандельштама [5] среда изучается при помощи модели, состоящей из шариков (атомы), связанных пружинками (межатомные взаимодействия), - рис. 1. Хотя показана одномерная цепочка, а среда трёхмерна, но рассуждения для одномерной системы проще и нагляднее, при этом все важные свойства трёхмерного решения иллюстрируются корректно. Пусть расстояние между шариками равно Δl. Если на среду оказывается внешнее монохроматическое воздействие с длиной волны λ, причём $\lambda >> \Delta l$, то среда реагирует почти как единое целое, т. е. почти как сплошная однородная среда. Иначе говоря, реакция среды с данным значением Δl почти не отличается от случая $\Delta l \to 0$. Тем самым при записи уравнений колебаний такой системы можно условно полагать, что верно асимптотическое приближение $\Delta l \to 0$, и это не приведёт к серьёзной ошибке, пока $\lambda >> \Delta l$. Следовательно, можно асимптотически перейти от дискретных формул (сумм и разностей), записываемых для совокупности атомов, к более компактным и удобным непрерывным выражениям (интегральным и дифференциальным уравнениям). При этом от Δl перейдём к бесконечно малому расстоянию dl. Одним из таких дифференциальных уравнений является волновое уравнение, при помощи которого с точностью, достаточной для практических нужд, можно описывать волновые процессы, протекающие в реальных средах. Такова логика работ акад. Л. И. Мандельштама, собранных в четвёртом томе его трудов [5].

Логика, которую мы находим в [6] (если в этой работе под точечными дифракторами подразумеваются материальные точки), обратная. Она заключается в следующем. Мы имеем волновое уравнение, которое точно и математически строго описывает волновые процессы, происходящие в реальных средах. Одно из возможных (асимптотических) решений этого уравнения сводится к интегральному оператору, где интегрирование ведётся по объёму среды. Отсюда делается заключение, что так как интегрирование есть действие над непрерывными функциями, то скорость $c(x)$ определена в каждой точке среды, т. е. среда есть совокупность точечных дифракторов. Таким образом, в качестве обоснования реальности существования точечных дифракторов приводится тот факт, что волновые процессы принято описывать интегральными или дифференциальными уравнениями. Не правда ли, даже несмотря на то, что в интеграл действительно можно подставлять любую функцию $c(x)$, на интуитивном уровне понятно, что скорость распространения волн в среде не может быть определена в каждом атоме, тем более в каждой материальной точке, а является характеристикой, получаемой осреднением упругих свойств вещества по достаточно большому объёму. Тем самым с геофизической (но не математической) точки зрения понятие точечного дифрактора смысла не имеет. Это лишь удобная абстракция. Пока мы используем абстракции в рамках математических задач, проблем не возникает. Они появляются тогда, когда мы пытаемся приписывать им какой-либо геофизический смысл, например, хотим увидеть в них точечные дифракторы.

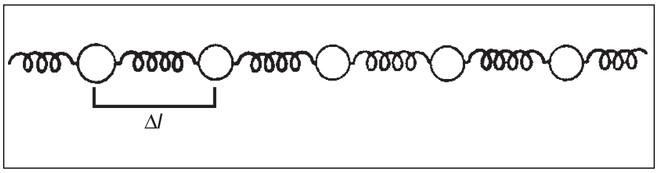

Рис. 1. Одномерный аналог модели среды, состоящей из атомов и межатомных связей, использованной при выводе динамических уравнений теории упругости Л. И. Мандельштамом

Альтернативная интерпретация интегрального выражения, следующего из борновского приближения, которую мы находим в работе [6], сводится к утверждению, что реальное волновое поле можно представить как результат рассеяния волн на мелкомасштабных неоднородностях среды. Эти неоднородности настолько малы, что могут быть названы точечными дифракторами. Разберём это утверждение и попытаемся ответить на вопрос, каким может быть минимальный размер таких неоднородностей, чтобы волна их "заметила", т. е. чтобы отклик такой среды на внешнее воздействие значимо отличался от отклика на это же воздействие однородной среды.

КАКИМ МОЖЕТ БЫТЬ МИНИМАЛЬНЫЙ РАЗМЕР ДИФРАКТОРОВ?

Теперь поставим вопрос: каким может быть минимальный размер неоднородных вкраплений в среде, чтобы рассеяние на них существенным образом сказывалось на волновом поле? Иначе говоря, каков минимальный размер неоднородностей, при котором они могут считаться дифракторами? Пусть монохроматическая волна, характеризуемая длиной волны λ и имеющая регулярный фронт, проходит через область, содержащую неоднородности. Линейный размер области равен L, характерный линейный размер неоднородностей равен a. Будем наблюдать рассеянную волну на расстоянии R от области, содержащей вкрапления. Эффект разрушения регулярного фронта волны за счёт взаимодействия с неоднородностями принято характеризовать радиусом корреляции (γ) волнового поля. При наблюдении в ближней зоне, т. е. либо внутри области, либо на расстоянии $R \in (0, L)$ от неё, радиус корреляции γ приблизительно равен λ, если неоднородности мелкие ($a << \lambda$), и приблизительно равен a, если неоднородности крупные ($a >> \lambda$) [10]. Оказывается, что при наблюдении в дальней зоне ($R >>$ L) радиус корреляции рассеянного поля вообще не зависит от размера неоднородностей, и волна проходит область так, как будто бы она была однородна. Этот эффект несложно понять, если представить круги, расходящиеся по поверхности покоящейся воды от брошенного в воду камня. Пусть в дно водоёма воткнута тонкая палочка. Фронт волны, проходя через область, окружающую палочку, претерпевает локальное нарушение регулярности. Однако очень быстро он восстанавливает форму правильной окружности. Причиной этого является дифракция. Этот эффект называется "затягивание волнового фронта". Поэтому на достаточно большом расстоянии от области, содержащей вкрапления, волна "забывает" о взаимодействии с ними. Из всего сказанного можно сделать вывод, что влияние дифракторов на фронт волны может наблюдаться только в ближней зоне, при этом линейный размер этих дифракторов должен превосходить длину волны λ.

Проведём соответствующие количественные оценки. Пусть скорость в среде равна 3000 м/с, частота монохромного сигнала 50 Гц. Тогда λ = 60 м. Таким образом, любые неоднородности, линейный размер которых меньше ≈ 10 м, почти не оказывают влияния на фронт волны даже в ближней зоне. Тем самым, минимальный размер "точечных" дифракторов должен составлять не меньше нескольких метров, иначе волна их просто "не заметит" и будет взаимодействовать со средой так, как будто бы среда была однородной. Полагаю, не нужно доказывать, что объекты такого масштаба не являются материальными точками.

Можно привести и более точные оценки минимального размера дифракторов, при котором их вклад в формирование волнового поля будет заметен, и прошедшая такую среду волна будет отличаться от волны, прошедшей однородный слой. Для этого воспользуемся книгой [1], в которой приведён график, аналогичный показанному на рис. 2. На приведённой диаграмме для различных сочетаний ka и kL ($k = 2\pi/\lambda$), которые отложены по осям, показана классификация задач рассеяния волн и областей применимости методов их решения. Как следует из рисунка, эффектами рассеяния можно пренебречь и считать среду однородной, когда размер неоднородностей a оказывается много меньше длины волны λ. Область корректности приближения борновского рассеяния условно показана многоугольником синего цвета.

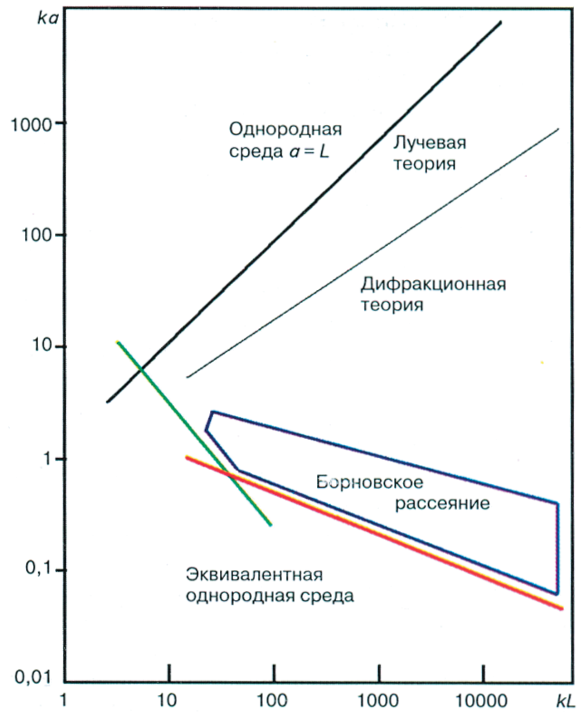

Рис. 2. Классификация задач рассеяния волн в горных породах и областей применимости различных методов из решения:
ka, умноженное на 2π - отношение характерного размера неоднородности *a* к длине волны λ; *kL*, умноженное на 2π - отношение линейного размера неоднородности *L* к длине волны λ; область корректности приближения борновского рассеяния условно показана многоугольником синего цвета

Пользуясь графиком, вычислим минимальный размер неоднородностей, т. е. a_{min}, при которой эффекты взаимодействия волны с такими неоднородностями будут отличаться от эффектов, наблюдаемых при распространении этой же волны в однородной среде, для рассмотренной выше волны λ = 60 м. Пусть волна проходит через неоднородную среду путь, длина которого составляет 1000 м. Тогда $kL \approx 100$. По линии красного цвета определяем $ka_{min} \approx 0{,}7$. Отсюда получим $a_{min} \approx 6$ м. Таким образом, для корректности борновского приближения требуется, чтобы линейный размер неоднородных вкраплений, присутствующих в горной породе, был бы не меньше 6 м. Разумеется, это достаточно большой размер. Он не позволяет рассуждать о дифракторах как о материальных точках.

Приведённые теоретические соображения уверенно подтверждаются при лабораторных измерениях. В частности, в работе [15] исследовались волновые свойства среды, составленной из большого числа шариков. Длина волны внешнего воздействия выбиралась из соображений сейсмического диапазона частот, радиус шариков был намного меньше длины волны. В результате лабораторных исследований подтверждается гипотеза, что среда реагирует на внешнее воздействие так, как если бы она была однородна. Таким образом, опыт подтверждает, что мелкомасштабные неоднородности среды не могут претендовать на роль точечных дифракторов.

ЕЩЁ РАЗ О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ БОРНОВСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Как показано в монографии [13], границы адекватности борновского рассеяния при изучении процесса распространения волн в неоднородной среде с мелкомасштабными и крупномасштабными неоднородностями различны. Согласно оценкам, полученным Л. А. Черновым, борновское приближение адекватно описывает процессы рассеяния, если выполнены условия

$$8 < \mu^2 > k^4 a^3 L << 1$$

при рассеянии на мелкомасштабных неоднородностях, т. е. при $ka << 1$, и

$$2 < \mu^2 > k^2 aL << 1 \qquad (*)$$

при рассеянии на крупномасштабных неоднородностях, т. е. при $ka >> 1$. Параметр $<\mu^2>$ характеризует среднеквадратическое отклонение скорости в области неоднородностей. На рис. 2 зелёная линия определяется уравнением $8 < \mu^2 > k^4 a^3 L = 0{,}1$, а красная линия уравнением $2 < \mu^2 > k^2 aL = 0{,}1$ при $<\mu^2> = 0{,}001$, что соответствует среднеквадратическому отклонению $\sqrt{10\%}$.

Из постановки задачи рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях следует, что некорректно рассматривать асимптотику $k \to \infty$, т. е. высокочастотное лучевое приближение. В данном случае длина волны должна намного превосходить характерный размер неоднородностей: $\lambda >> 2\pi a$. При рассеянии на крупномасштабных неоднородностях из (*) видно, что длина волны не может быть асимптотически малой. Таким образом, и в этом случае переходить к лучевым формулам нельзя. Вместе с тем, в работе [6] предлагается при описании борновского рассеяния использовать лучевое приближение (формула (6)), что вызывает недоумение.

ВЫВОДЫ. Волновое поле в однородной среде не может быть представлено в виде совокупности волн, вызванных независимо действующими точечными дифракторами, и именно в этом заключается основное утверждение авторов работы [9], инициировавших дискуссию.

Как следует из неравенств, приведённых в заметке, борновское приближение рассеяния адекватно описывает взаимодействие волны только с достаточно крупными неоднородностями, минимально возможный размер которых не позволяет судить о них как о материальных точках, т. е. точечных дифракторах. Поэтому привлекать борновское приближение в качестве подтверждения гипотезы о строении реальных горных пород как о совокупности точечных дифракторов некорректно.

Математический аппарат теории непрерывных функций, при помощи которого с достаточной для практических нужд степенью точности удобно описывать низкочастотные волновые процессы, происходящие в горных породах, не должен становиться основой для геофизических выводов. Непрерывность функций скорости и плотности среды не следует трактовать как имеющую геофизическое содержание, среда не становится набором точечных дифракторов.

Наконец, неверно полагать, что, если коэффициенты отражения реальных геологических границ малы, то при помощи борновского приближения однократного рассеяния можно корректно описывать наблюдаемые на практике волновые поля. На это обращают внимание, например, авторы книги [14] при обсуждении корректности борновского приближения при решении сейсмических задач. Дело в том, что если при рассмотрении одномерной задачи (плоскопараллельные слои, вертикальное направление распространения волны, регистрируются трассы нулевых удалений источник-приёмник) коэффициенты отражения действительно, как правило, малы, то при переходе к ситуациям, с которыми приходится иметь дело на практике, предположение малости коэффициентов нарушается. При отклонении направления падения луча от вертикали и по мере приближения к критическому углу модуль коэффициента постепенно возрастает до единицы, что, несомненно, нарушает корректность борновского приближения. Таким образом, при использовании борновского приближения следует соблюдать известную осторожность.

Увидеть в интеграле, следующем из борновского приближения, описание зарегистрированной волновой картины как интерференции полей вторичных источников можно только в рамках предположения о том, что в среде отсутствуют нелинейные эффекты, сопровождающие процесс распространения волны. С таким предположением сразу же вступят в дискуссию многочисленные сейсморазведчики, наблюдающие нелинейные эффекты в процессе сейсмического эксперимента и основывающие на нелинейных свойствах горных пород поисковые признаки для обнаружения нефтенасыщенных коллекторов [17]. Как отмечает М. Лайтхилл во вступлении к сборнику статей, посвящённых проблемам нелинейной теории распространения волн [8], ошибочно полагать, что нелинейные эффекты обусловлены только повышенной интенсивностью воздействия на среду, нарушающей закон Гука. Такие эффекты сопровождают волну на любой дистанции, т. е. на всём пути от источника к сейсмоприёмнику, простейшие виды нелинейности указаны, например, в [4]. Однако обсуждение подобных вопросов увело бы нас слишком далеко от русла дискуссии, начало которой было положено статьёй [9], основную мысль которой можно кратко сформулировать следующим образом: “В учебнике по оптике описание принципа Гюйгенса занимает полторы страницы, так потрудись прочитать все полторы страницы и не бросайся разрабатывать алгоритмы обработки данных сейсморазведки, прочитав только одну страницу”*.

* Цитата из частного сообщения В. М. Глоговского после прочтения статьи [9].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аки К., Ричардс П.*, 1983, Количественная сейсмология: М., Мир.
2. *Ампилов Ю. П.*, 2008, Теория и практика не всегда “дружат” в сейсморазведке: Технологии сейсморазведки, **2**, 95 - 96.
3. *Денисов М. С.*, 2008, Где живут дифракторы?: Технологии сейсморазведки, **2**, 97 - 101.
4. *Заславский Г. М., Сагдеев Р. З.*, 1988, Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса: М., Наука.
5. *Мандельштам Л. И.*, 1955, Полное собрание трудов. Т. IV. Лекции по колебаниям: М., Изд-во АН СССР.
6. *Масюков А. В.*, 2008, Борновское приближение как основание теории сейсмических изображений: Технологии сейсморазведки, **3**, 103 - 105.
7. *Математическая энциклопедия*, 1982: М., Советская энциклопедия.
8. *Нелинейная теория распространения волн.* Под ред. М. Лайтхилла, 1970: М., Мир.
9. *Петрашень Г. И., Рудаков А. Г.*, 2008, О недопустимых искажениях законов природы в фундаментальных задачах технологичной сейсморазведки: Технологии сейсморазведки, **2**, 86 - 94.
10. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.*, 1978, Введение в статистическую радиофизику. Часть II: Случайные поля.: М., Наука.
11. *Справочник геофизика.* Т. 4. Сейсморазведка. Под ред. Гурвича И. И., Номоконова В. П., 1966: М., Недра.
12. *Уайт Дж. Э.*, 1986, Возбуждение и распространение сейсмических волн: М., Недра.
13. *Чернов Л. А.*, 1974, Волны в случайно-неоднородных средах: М., Наука.
14. *Bleistein N., Cohen J. K., Stockwell J. W.*, 2000, Mathematics of multidimensional seismic imaging, migration, and inversion: Springer, New York.
15. *Gassmann F.*, 1951, Elastic waves through a packing of spheres: Geophysics, **16**, 673 - 685.
16. *Jaramillo H. H., Bleistein N.*, 1999, The link of Kirchhoff migration and demigration to Kirchhoff and Born modeling: Geophysics, **64**, 1793 - 1805.
17. *Zhukov A. P., Loginov K. I., Shneerson M. B., Shulakova V. E., Kharisov R. G., Ekimenko V. A.*, 2007, Nonlinear properties of vibrator-generated wavefields and their application to hydrocarbon detection: The Leading Edge, **26**, 1395 - 1402.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Михаил Сергеевич ДЕНИСОВ - геофизик ООО “Геотехсистем”, доктор физ.-мат. наук.