



А. В. Деров
Г. А. Максимов

МИФИ, МОСКВА
МИФИ, МОСКВА

ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИДРОВОЛН В СКВАЖИНЕ, ПЕРЕСЕКАЕМОЙ ТРЕЩИНОЙ КОНЕЧНОГО РАЗМЕРА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

АННОТАЦИЯ. В работе рассмотрена задача о возбуждении гидроволн в скважине, которая пересекается тонкой флюидозаполненной трещиной конечного размера, под действием внешней сейсмической волны в упругой среде. Данная ситуация возникает в практике вертикального сейсмического профилирования при наличии трещины гидроразрыва, пересекающей ствол скважины. В длинноволновом приближении по раскрытию поверхностей трещины выведено неоднородное интегродифференциальное уравнение для поля давления во флюиде трещины. Сшивка этого решения с решением для гидроволн в скважине позволяет рассчитать амплитуду и форму генерируемых гидроволн. На основе численных расчётов показано, что под действием внешнего сейсмического поля края трещины возбуждают сильно диспергирующую моду, регистрация которой может быть использована для определения линейных размеров трещины гидроразрыва.

Гидроволны, генерируемые и распространяющиеся в скважинах, содержат важную информацию о свойствах окружающей среды, и в частности, о зонах трещиноватости и трещинах, пересекающих скважину. Знание геометрии трещины и её линейных размеров является критически важным фактором при проведении гидроразрыва пласта. Существует возможность оценить протяжённость горизонтальных или наклонных трещин за счёт использования гидроволн, возбуждённых в скважине под действием внешнего сейсмического поля. Если трещина, пересекающая скважину, имеет линейные размеры большие или сравнимые с длиной волны внешней сейсмической волны, то волновое поле во флюиде трещины может быть возбуждено не только точкой пересечения скважины и трещины, но и краями трещины. Эта возможность не рассматривалась в предыдущих исследованиях. Из-за гидравлической связи между трещиной и скважиной оба эффекта генерируют соответствующие гидроволны в скважине. Если эти гидроволны могут быть зарегистрированы в скважине, то линейные размеры трещины могут быть оценены по временной задержке между этими гидроволнами. Ключевым вопросом в та-

A. V. Derov, G. A. Maximov. Tube waves excitation in a well, intersected by finite size fracture, under action of external seismic field.
ABSTRACT. The problem on tube waves excitation in a well, intersected by thin fluid-filled fracture under action of external seismic wave is considered in the report. This situation arises in VSP practice at hydro-fracturing. Based on averaging procedure the non-uniform pseudo-differential wave equation for slow eigen mode in fluid-filled fracture is derived in space-time representation for the long wave approximation by fracture opening. Numerical calculations show that high dispersive slow eigen mode is excited by fracture edges. This mode generates additional tube waves in a well. Registration of these tube waves can be used for fracture size characterization.

ком подходе является возможность зарегистрировать гидроволны, возникшие от собственной моды, распространяющейся вдоль трещины от её концов, где она генерируется внешней сейсмической волной.

Таким образом, существует задача о возбуждении внешним сейсмическим полем волн давления в скважине, пересекающей флюидозаполненную трещину конечного размера. Результаты, полученные для бесконечной трещины и для трещины малого волнового размера, должны быть предельными случаями такой постановки. Геометрия задачи показана на рис. 1.

Малость раскрытия трещины 2δ и радиуса скважины R по сравнению с длиной сейсмической волны позволяет нам написать усреднённые по сечению акустические уравнения для динамических величин в скважинном и трещинном флюидах. Этот подход для вывода волнового уравнения в скважине был успешно применён в [4].

Для давления в трещине, усреднённого по её раскрытию δ :

$$P(x, y, t) = \frac{1}{2\delta} \int_{-\delta}^{\delta} P(x, y, z, t) dz,$$

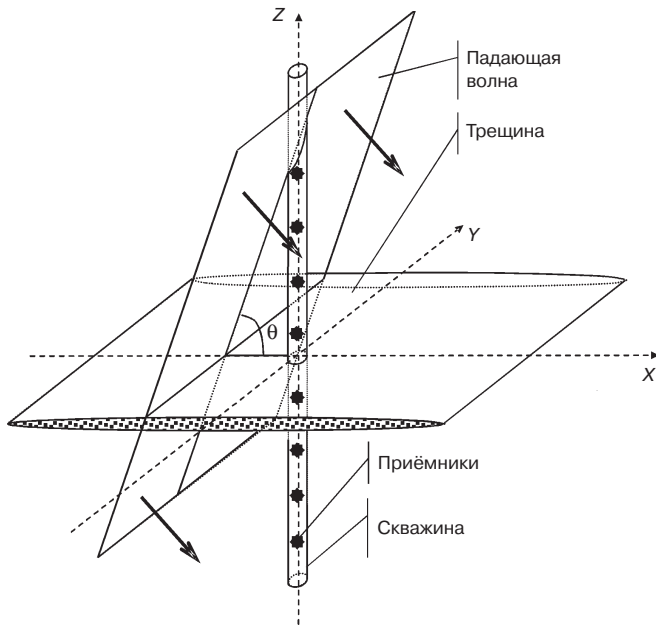


Рис. 1. Геометрия задачи

с использованием процедуры усреднения, развитой в работах [2, 4], можно вывести следующее уравнение

$$\frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \Delta_{\perp} P = -\rho_f \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{u_z(z=\delta) - u_z(z=-\delta)}{2\delta} \right), \quad (1)$$

где ρ_f и c_f - соответственно плотность флюида и скорость звука в нём, $u_z(z = \pm\delta)$ - вертикальная компонента смещения флюида в окрестности поверхностей трещины под действием внешнего сейсмического поля и давления флюида $P(x, y, t)$.

Раскрытие трещины может быть найдено как решение динамической задачи об отражении сейсмической волны от границы между упругим и жидким полупространствами с заданным давлением $P(x, y, t)$, приложенным к границе. В терминах преобразований Фурье по пространственным и временным переменным оно может быть записано как

$$\frac{u_z(+\delta) - u_z(-\delta)}{2\delta} = \frac{v_l(\omega/c_s)^2}{D(k, \omega)} \frac{P + \sigma_{zz}^{\Sigma}}{\delta \rho_s c_s^2}, \quad (2)$$

где ω , k_x , k_y - соответственно частота и компоненты волнового вектора плоских волн, по которым может быть разложено внешнее сейсмическое поле; ρ_s - плотность упругой среды, c_l , c_s - соответственно скорости продольных и поперечных волн; $k^2 = k_x^2 + k_y^2$; $v_l^2 = k^2 - \omega^2/c_l^2$; $v_s^2 = k^2 - \omega^2/c_s^2$.

Знаменатель в (2) соответствует дисперсионной функции Рэлея:

$$D(k, \omega) = 4k^2 v_l v_s - (k^2 + v_s^2)^2.$$

Соответственно $P(k_x, k_y, \omega)$ - Фурье-преобразование поля давления во флюиде и $\sigma_{zz}^{\Sigma}(k_x, k_y, \omega)$ - полное нормальное напряжение, приложенное к обеим поверхностям трещины.

Применяя преобразования Фурье к уравнению (1) и подставляя соотношение (2), получим уравнение, которое в длинноволновом приближении описывает поле давления $P(k_x, k_y, \omega)$ в тонком слое жидкости между двумя упругими полупространствами под действием внешнего поля напряжений:

$$\left(k^2 - \left(\frac{\omega}{c_f} \right)^2 - \frac{\rho_f v_l (\omega/c_s)^2}{\rho_s \delta D(k, \omega)} \right) P = \frac{\rho_f v_l (\omega/c_s)^2}{\rho_s \delta D(k, \omega)} \sigma_{zz}^{\Sigma}. \quad (3)$$

Оно определяет дисперсионное уравнение для собственных мод в тонком слое жидкости между двумя упругими средами в виде:

$$k^2 - \left(\frac{\omega}{c_f} \right)^2 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \frac{(\omega/c_s)^2 (v_l/\delta)}{4k^2 v_l v_s - (k^2 + v_s^2)^2} = 0. \quad (4)$$

Это хорошо известное дисперсионное уравнение для медленной симметричной моды в тонком жидком слое между упругими полупространствами [3]. В низкочастотном пределе дисперсия фазовой скорости для этой моды может быть описана следующим выражением:

$$c(\omega) \approx c_s \left(\frac{\omega \delta}{c_s \Delta} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

$$\text{где } \Delta = \frac{\rho_f / \rho_s}{2(1 - (c_s/c_l)^2)}.$$

Как легко видеть, эффекты конечного размера в таком подходе не учитываются из-за техники преобразования Фурье, которая применима только для бесконечных плоскостойких структур. Для описания трещины конечного размера требуется вывести волновое уравнение в пространственно-временном представлении. Чтобы получить этот результат, сначала немного модифицируем уравнения (3) и (4). В длинноволновом приближении $k\delta \ll 1$ и $\omega\delta/c_s \ll 1$ можно сделать следующую асимптотическую замену для дисперсионной кривой медленной собственной моды:

$$D(k, \omega) \approx v_{eff} v_l / \Delta, \quad (6)$$

$$\text{где } v_{eff}^2 = k^2 - \omega^2/c_{eff}^2 \text{ и } c_{eff} = 2c_s \sqrt{\frac{1 - (c_s/c_l)^2}{3 - (c_s/c_l)^2 (2 - (c_s/c_l)^2)}}.$$

Точность такого асимптотического разложения может быть проверена прямым сравнением дисперсионной кривой для точного уравнения (4) и для приближения (6) [2], которое показывает, что дисперсионные

кривые совпадают с приемлемой точностью, в несколько процентов.

Учитывая приближение (6), мы можем переписать уравнение (3) в форме:

$$\left(k^2 - \left(\frac{\omega}{c_f} \right)^2 - \frac{\Delta}{\delta} \left(\frac{\omega}{c_s} \right)^2 \right) P = \frac{\Delta}{\delta} \frac{(\omega/c_s)^2}{v_{eff}} \sigma_{zz}^{\Sigma}. \quad (7)$$

Уравнение (7) в пространственно-временном представлении является псевдодифференциальным волновым уравнением и может быть записано как

$$\frac{1}{c_f^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \Delta_{\perp} P + H \left[P - \sigma_{zz}^{\Sigma} \right] = 0, \quad (8)$$

где для одномерной задачи, показанной на рис. 1 (трещина ограничена только в одном направлении), оператор $H[P]$ имеет следующее представление:

$$H[P] = \frac{\Delta}{c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(c_V \int_0^t d\tau \int_{-L}^L \frac{dx'}{\pi \delta} P(x', t) \frac{\theta(c_V \tau - |x - x'|)}{\sqrt{(c_V \tau)^2 - (x - x')^2}} \right).$$

Аналогичный результат с несколько другим ядром может быть получен и для общего случая двумерной трещины с произвольной формой периметра.

Выведенное пространственно-временное представление для медленной собственной моды во флюидозаполненной трещине является аналогом волнового уравнения для гидроволны в скважине [4].

Таким образом, чтобы описать волновое поле в системе скважина-трещина под действием внешней сейсмической волны, имеются два волновых уравнения: 1) для гидроволны и 2) для медленной моды в трещине (8).

Для постановки задачи нужно ещё сформулировать граничные условия в точке пересечения скважины и трещины и на концах трещины. Первое граничное условие соответствует равенству давлений и массовых потоков в точке пересечения. Чтобы сформулировать граничное условие на краях трещины, учитывая эффект сжатия, мы можем использовать тот же подход, что и в работе [1]:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{1}{6} \frac{\rho_f L_{tip}}{\rho_0 c_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (P + \sigma_{zz}^{\Sigma}), \quad x = \pm L, \quad (9)$$

где L_{tip} - эффективная длина концов трещины.

В качестве примера проанализируем возбуждение волнового поля, когда скважина пересекает одномерную трещину, как показано на рис. 1. Внешнее сейсмическое поле рассматривается как плоская волна $\sigma_{zz}^{\Sigma}(x, t) = f(t - x/c_v)$, где $c_v = c_l/\cos\theta$ - видимая скорость распространения сейсмической волны вдоль скважины ($\theta = \pi/3$). Параметры флюида соответствуют воде: $\rho_f = 1 \text{ г/см}^3$, $c_f = 1,5 \text{ км/с}$; параметры упругой среды следующие: $\rho_s = 2 \text{ г/см}^3$, $c_l = 4,5 \text{ км/с}$, $c_s = 2,5 \text{ км/с}$; выбранные линейные размеры

трещины имеют типичные значения: $L = 50 \text{ м}$, $\delta = 0,01 \text{ м}$, $L_{tip} = 5 \text{ м}$.

На рис. 2 представлено волновое поле гидроволн в скважине. Рис. 2, а соответствует случаю бесконечной трещины. Можно видеть, что поле давлений в скважине содержит достаточно богатую информацию как о падающей и отражённых и прошедших через трещину объёмных волнах, так и о интенсивных гидроволнах, сгенерированных в точке пересечения скважины и трещины. С использованием обработки по методике ВСП это позволяет извлечь информацию об ориентации трещи-

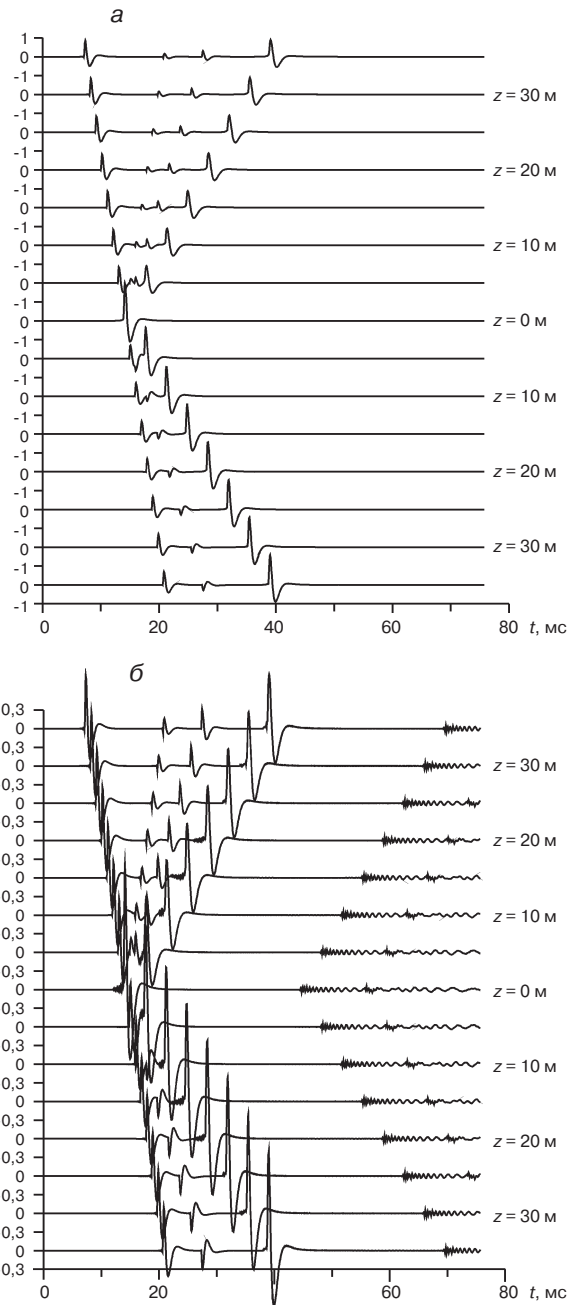


Рис. 2. Сейсмограммы давления вдоль скважины, пересекающей бесконечную трещину (а) и трещину конечного размера (б)

ны и совместно с амплитудным анализом гидроволн - о раскрытии трещины. Отличие рис. 2, б от рис. 2, а обусловлено дополнительным вкладом, связанным исключительно с генерацией медленной собственной моды на краях трещины. Опять амплитуды гидроволн, связанных с краями трещины, составляют несколько процентов от основных вкладов, и, следовательно, этот эффект может быть зарегистрирован. Это открывает лёгкий путь для независимой оценки размеров трещины на основе внутрискважинных акустических измерений.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда CRDF, грант RUG2-1669-ST-06.

ЛИТЕРАТУРА

1. Деров А. В., Максимов Г. А., 2002, Определение ориентации трещин в окрестности скважины методом вертикального сейсмоакустического профилирования: Акустический журнал, **48**, 3, 331 - 339.
2. Деров А. В., Максимов Г. А., 2005, Трещина гидроразрыва в поле внешней сейсмической волны: Сборник трудов. XVI Сессия РАО: М., ГЕОС, **1**, 324 - 327.
3. Ferrazini V., Aki K., 1987, Slow waves trapped in a fluid-filled infinite crack: Implications for volcanic tremor: J. Geophys. Res. B, **92**, 9215 - 9223.
4. Ionov A. M., Maximov G. A., 1996, Propagation of tube waves generated by an external source in layered permeable rocks: Geophys. J. Int. **124**, 3, 888 - 906.

КОРОТКО ОБ АВТОРАХ

Алексей Владимирович ДЕРОВ - старший преподаватель МИФИ.

Герман Адольфович МАКСИМОВ - доцент МИФИ, кандидат физ.-мат. наук.