ДИСКУССИИ

От редакции

В журнале "Технологии сейсморазведки" № 2. 2008 опубликована статья Г. И. Петрашеня и А. Г. Рудакова "О недопустимых искажениях законов природы в фундаментальных задачах технологичной сейсморазведки" и комментарии к этой статье Ю. П. Ампилова и М. С. Денисова. Редакция во вступительной статье к № 2.2008 выразила пожелание о продолжении обсуждения этой темы на страницах нашего журнала. Ниже публикуется статья А. В. Масюкова в русле проводимой дискуссии.

А. В. Масюков ООО "СЛАВНЕФТЬ-НПЦ", ТВЕРЬ

БОРНОВСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ КАК ОСНОВАНИЕ ТЕОРИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В статье [2] рассматривается проблема противопоставления строгих математических теорий (распространения упругих волн) и практических методов обработки данных сейсморазведки. Это неверное противопоставление иллюстрируется, в частности, тем, что студентам-геофизикам не дают строгого обоснования методов построения сейсмических изображений (методов миграции). Но такое обоснование есть, оно многим известно, и оно достаточно простое, чтобы привести его здесь в упрощённой форме. Оно называется борновское приближение дифракции, или приближение однократного рассеяния.

Пусть волновое уравнение

$$\Delta p(x,t)-\frac{1}{c^2}\frac{d^2 p(x,t)}{dt^2}=0 \tag{1}$$

имеет решение $p_0(x, t)$ в среде со скоростью $c = c_0(x)$ при некоторых начальных и граничных условиях.

Каким будет решение (1) в среде с возмущённой скоростью $c = c_0 + c_1(x)$. В первом приближении (ограничиваясь членами первого порядка малости по возмущениям) возмущённое решение $p = p_0 + p_1$, где для p_1 из (1) легко следует уравнение

$$\Delta p_1-\frac{1}{c_0^2}\frac{d^2 p_1}{dt^2}=-\frac{2c_1}{c_0^3}\frac{d^2 p_0}{dt^2}. \tag{2}$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$p_1(x,t)=2\iint\frac{c_1(x')}{c_0^3(x')}\frac{d^2 p_0(x',t')}{dt'^2}G(x,x',t-t')\,d^3x'dt', \tag{3}$$

где G есть функция Грина, или фундаментальное решение волнового уравнения для среды со скоростью $c_0(x)$.

В случае постоянной скорости c_0 = const функция Грина для трёхмерного пространства рассчитывается следующим образом:

$$G(x,x',t-t')=\frac{1}{4\pi}\frac{\delta\left(t-t'-|x-x'|/c_0\right)}{|x-x'|}. \tag{4}$$

Тогда, учитывая определение p_0,

$$p_1(x,t)=\frac{1}{2\pi}\int\frac{c_1(x')}{c_0}\left[\Delta p_0\left(x',t-|x-x'|/c_0\right)\right]\frac{d^3x'}{|x-x'|}. \tag{5}$$

В случае $c_0 \neq$ const обычно решают уравнение эйконала и транспортное уравнение для вычисления функции Грина в приближении дальней зоны. Приближение дальней зоны хорошо выполняется для сейсмических частот и глубин, и тогда

$$p_1(x,t)\cong\int\frac{c_1(x')}{c_0(x')}\left[\Delta p_0(x',t-\tau(x,x'))\right]\frac{d^3x'}{s(x,x')}, \tag{6}$$

где τ - время распространения сигнала (поле времён), функция s учитывает расхождение лучей в неоднородной среде со скоростью c_0.

Рассмотренная теория возмущений в применении к волновому уравнению (1) имеет для сейсморазведки следующий смысл. У нас p_0 - это поле сейсмического источника, рассчитанное в среде с сильно сглаженной скоростью c_0. А регистрируем мы рассеянное поле p_1, вызванное отклонениями скорости среды от c_0. Согласно формулам (3) - (6) теории возмущений **рассеянное сплошной средой поле есть поле точечных источников** (дифракторов). Причём пространственная плотность дифракторов пропорциональна c_1/c_0, т. е. вариации скорости среды относительно референтной скорости c_0, использованной для вычисления полей времён. Таким образом, борновское приближение рассеяния является строгим обоснованием представления сейсморазведчиков о вторичных дифракторах, связанных с мелкомасштабными неоднородностями среды.

Какова точность борновского приближения. Теория возмущений, понятно, становится точной при $|c_1| << c_0$. К счастью, в сейсморазведке коэффициенты отражения, как правило, малы, а коэффициенты пропускания близки к 1, иначе мы бы не видели глубокие отражения, т. е. условие $|c_1| << c_0$ действительно выполняется. Однако рамки борновского приближения шире, чем это условие. Например, в качестве упражнения можно в борновском приближении рассчитать поле, возникающее при нормальном падении плоской волны на однородный пласт со скоростью $c_0 + c_1$, находящийся в среде с постоянной скоростью c_0. В результате получится рассеянное поле, равное сумме волн, отражённых от кровли и подошвы пласта. Причём коэффициенты отражения будут абсолютно точными при любых c_1 и c_0, а не только при $|c_1| << c_0$.

А вот, например, кратные волны мы не получим, так как борновское приближение есть приближение однократного рассеяния. (Кратные волны получаются, если рассмотреть возмущения уравнения (1) не только первого порядка.) Таким образом, борновское приближение рассеяния можно считать моделью сейсмических данных после подавления кратных волн. Кроме того, борновское приближение можно применить не только к волновому уравнению (1), но и к акустическому уравнению

$$\gamma \nabla\left(\frac{\nabla p}{\gamma}\right)-\frac{1}{c^2}\frac{d^2 p}{dt^2}=0, \qquad (7)$$

которое учитывает ещё и переменную плотность среды γ.

Оказывается, рассеянное поле в борновском приближении для уравнения (7) будет иметь тот же вид интеграла по плотности вторичных дифракторов, но в результат войдёт ещё и относительное отклонение плотности среды γ_1/γ_0 [3]. Причём в случае совмещённого источника и приёмника (разрез центровых лучей) в интеграле (6) надо просто заменить c_1/c_0 на $c_1/c_0 + \gamma_1/\gamma_0$.

Итак, борновское приближение является на качественном уровне обоснованием миграции по Кирхгофу, или, правильнее говоря, построения сейсмического изображения по Тимошину, а также модели “взрывающихся границ”, используемой при обосновании некоторых других методов миграции. Всё это не содержит никакой научной новизны. Более того, обращение интеграла вида (6) для рассеянного поля в борновском приближении является давно известным способом построения миграционных операторов [4]. Можно уточнять миграционные операторы с тем, чтобы они учитывали не только расхождение лучей, но и многозначность полей времён, анизотропию, обменные волны и т. п. Однако на практике сейсморазведки некоторые уточнения находятся за пределами точности исходных данных, которые отягощены неподавленными помехами, непостоянными поверхностными условиями и дискретностью систем наблюдения.

Кроме известной задачи об инверсии борновского приближения, напрашивается следующий вопрос. А что будет, если рассеянное поле в борновском приближении подставить в миграцию? Такая подстановка является некоторым замыканием теории сейсмических изображений и при этом отвечает на вопрос: какая функция скорости и плотности среды изображается в сейсморазведке. Это уже обоснование миграции не только на качественном уровне.

Разрез центровых лучей в борновском приближении рассеяния был аналитически подставлен в миграцию [1, 402 - 411]. Оказалось, что сейсмическое изображение есть трёхмерная свёртка:

$$I=\psi * F^{-1}\left[\sqrt{1+\left(k_x^2+k_y^2\right)/k_z^2}\; F\left[\frac{\partial \ln(c\gamma)}{\partial z}\right]\right], \qquad (8)$$

в которой ψ есть функции рассеяния точки, выраженная через сейсмический импульс; c и γ - скорость и плотность среды соответственно; z - вертикальная координата; F - трёхмерное преобразование Фурье; k_x, k_y, k_z - волновые числа.

Для нуль-фазового импульса $s(t)$ функция рассеяния точки радиальна:

$$\psi(r)=-r^{-1}c^{-2}s'\left(2r/c\right), \qquad (9)$$

где радиус её главного лепестка равен половине длины волны.

Применение формулы (8) к пластовой модели среды приводит, как и должно быть, к изображению, равному одномерной свёртке коэффициентов отражения с растянутым (в соответствии с наклонами границ) сейсмическим импульсом. Однако формула (8) справедлива не только для отражателей, но и, например, для сейсмического изображения карбонатного массива с изменяющейся в пространстве трещиноватостью.

Формула (8) получена на основе борновского приближения. Выше аргументировалось, что это приближение обладает достаточной точностью в сейсморазведке. А вдруг это не так? Тогда нет аргументации дифракционного суммирования? И формула (8) неверна? Действительно, формула (8) строго выведена для бесконечно малых неоднородностей среды. Следовательно, в общем случае она представляет собой лишь линейный член разложения сейсмического изображения по логарифму акустической жёсткости. Вообще говоря, линейный член не всегда является достаточным, иногда надо учитывать нелинейные члены. Но здесь на помощь приходит практика (обобщённый опыт) сейсморазведки. Из практики следует, что сейсмические изображения являются линейными по какой-то функции среды - иначе их невозможно было бы сопоставлять с каротажными данными и вообще интерпретировать. Но если имеется эта линейность, то она такая же, как для бесконечно малых неоднородностей, - таково свойство линейности. Таким образом, точность формулы (8) даже не связана с точностью борновского приближения.

И последнее замечание. Формула (8), связывающая среду с её сейсмическим изображением, конечно, верна только при "правильной" миграции, использующей достаточно точное поле времён. Что такое "правильная" миграция? Очевидно, что при правильной миграции изображение геологического объекта не должно зависеть от вышележащей толщи. Это есть **определение** правильной миграции. В частности, правильное сейсмическое изображение любых акустических неоднородностей должно быть таким же, как если бы их окружала однородная среда, а в однородной среде миграция не проблематична. Этот логический трюк с определением правильной миграции был использован при выводе (8), и он позволяет оторвать вопрос о природе сейсмических изображений (как они связаны с оригиналами) от вопросов о том, какой алгоритм миграции и какая скоростная модель адекватны конкретному случаю обработки данных сейсморазведки.

Итак, получается, что представления сейсморазведчиков о вторичных дифракторах, связанных с неоднородностями среды, и о сейсмических изображениях как изображениях этих неоднородностей полностью соответствуют строгой теории возмущений акустического уравнения. Нам представляется, что в сейсморазведке теория и практика на самом деле "дружат", если, конечно, абстрагироваться от рекламно-коммерческих "достижений".

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кузнецов О. Л., Чиркин И. А., Курьянов Ю. А., Шленкин С. И.* и др., 2007, Сейсмоакустика пористых и трещиноватых сред, т. 3: М., Центр информационных технологий в природопользовании.
2. *Петрашень Г. И., Рудаков А. Г.*, 2008, О недопустимых искажениях законов природы в фундаментальных задачах технологичной сейсморазведки: Технологии сейсморазведки, **2**, 86 - 94.
3. *Скучик Е.*, 1976, Основы акустики: М., Мир.
4. *Bleistein N., Cohen J. K., Hagin F. G.*, 1987, Two and one-half dimensional Born inversion with an arbitrary reference: Geophysics, **52**, 26 - 36.

КОРОТКО ОБ АВТОРЕ

Андрей Вадимович МАСЮКОВ - начальник отдела исследований ООО "СЛАВНЕФТЬ-НПЦ", доктор физ.-мат. наук.